ENRICO BERNARDI

SOLUZIONE DEL PROBLEMA GENERALE

DELLO STERZO CORRETTO CON SOLE ASTE ARTICOLATE

PER UN

SISTEMA ROTOLANTE COMUNQUE COMPLESSO

VENEZIA
OFFICINE GRAFICHE DI C. FERRARI
1905.

ENRICO BERNARDI

SOLUZIONE DEL PROBLEMA GENERALE

DELLO STERZO CORRETTO CON SOLE ASTE ARTICOLATE

PER UN

SISTEMA ROTOLANTE COMUNQUE COMPLESSO

VENEZIA
OFFICINE GRAFICHE DI C. FERRARI
1905.

Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.
Anno accademico 1904-905 - Tomo LXIV - Parte seconda.

(Adunanza del 16 aprile 1905)

1. In una mia Memoria letta nell'adunanza di questo R. Istituto del 20 Marzo dello scorso anno (1), ho dimostrato che nei veicoli a quattro o tre ruote con due assi di sterzo generalmente adottati per gli automobili, è sempre possibile collegare questi assi mediante un sistema piano di semplici aste articolate in modo da rendere corretto lo sterzo, ossia in modo da soddisfare alla condizione che le proiezioni sul piano di rotolamento degli assi di tutte le ruote del veicolo s' incontrino sempre in unico punto.

Nè questo sistema è complicato, nè difficile da costruire ; le aste mobili che lo compongono sono almeno sette, ed i suoi elementi geometrici si determinano graficamente con somma facilità.

Naturalmente, nella dimostrazione, ho supposto che il veicolo fosse disposto nel modo ordinariamente in uso, che, cioè, gli assi di sterzo fossero normali al piano di rotolamento, e che il loro piano fosse parallelo all' asse delle ruote posteriori. Per tal guisa considerando sotto l' aspetto puramente cinematico la principale conseguenza dello studio esposto in quella mia Memoria, si deve ritenere che dati due assi A e B perpendicolari ad uno stesso piano, a ciascuno dei quali è direttamente ed invariabilmente con-

(1) *Sistema pratico di semplici aste articolate che risolve il problema dello sterzo corretto per automobili.* - Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti. - Tomo LXIII. - Parte secondo 1903-1904.

giunta una retta indefinita posta in quel piano, è sempre praticamente possibile, mediante un sistema di semplici aste articolate, collegare quei due assi in modo, che le rette a loro congiunte, mentre girano con essi, s' incontrino sempre in un punto di una data retta fissa z, giacente nel predetto piano e parallela a quello dei dati assi.

Per determinare il prefato sistema in tutti i suoi elementi geometrici, basta la conoscenza della reciproca distanza dei due assi A e B e quella del loro piano dalla retta z. Le aste mobili che in esso operano veramente la trasformazione del moto sono cinque; le altre hanno solamente l' ufficio di trasmettere ai detti assi il movimento rotatorio di due di quelle cinque senza alterarlo menomamente; sono perciò con queste due o direttamente e invariabilmente unite o formano con esse dei semplici parallelogrammi articolati. Quelle cinque aste sono poi disposte secondo i lati di due quadrilateri che hanno due coppie di lati eguali, e comuni il lato fisso ed uno dei mobili. L' insieme di questi due quadrilateri l' ho chiamato *biquadrilatero romboidale*.

2. Le ricerche dirette a risolvere il problema dello sterzo corretto per gli automobili mediante semplici aste articolate, hanno tenuto non poco occupati gli studiosi, sia considerando tale problema dal lato scientifico sia considerandolo dal lato pratico. Appunto per l' interesse che il problema ha destato nel mondo dei dotti e dei costruttori, mi parve, dopo averne data una soluzione completa e tale da soddisfare ad ogni esigenza pratica, potesse pure riuscire interessante, almeno dal punto di vista scientifico, di risolverlo anche per veicoli che non fossero disposti nel modo ordinario, per veicoli, cioè, ove i due assi di sterzo essendo perpendicolari al piano di rotolamento non fossero però in un piano parallelo all' asse delle ruote posteriori. E sarebbe questo il caso, per esempio, di un ciclo con tre ruote collocate tutte in un medesimo piano, ciclo che per poter essere diretto dovrebbe avere necessariamente due ruote direttrici e due assi di sterzo, il piano dei quali, invece di essere parallelo, sarebbe perpendicolare all' asse della terza ruota.

Preso il problema nel modo più generale ora detto e dal punto di vista puramente cinematico, può allora enunciarsi nella forma seguente:

“ Dati due assi perpendicolari ad uno stesso piano a ciascuno „ dei quali direttamente ed invariabilmente è congiunta una retta „ indefinita giacente in quel piano, collegarli mediante semplici „ aste articolate in guisa, che le rette a loro congiunte, girando „ con essi, s'incontrino sempre in un punto di una data retta fissa „ comunque posta nel piano di esse „.

Giova avvertire fin da ora che dalla soluzione di questo problema, alla ricerca della quale è dedicata la parte maggiore del presente lavoro, dipende immediatamente, come vedremo, la soluzione del problema generale dello sterzo corretto con sole aste articolate per un sistema rotolante comunque complesso, ossia per un sistema rotolante formato di un unico telaio rigido che porta un numero qualunque di ruote e di assi di sterzo perpendicolari al piano di rotolamento in qualsiasi modo disposti.

3. Sieno in un piano A e B (fig. 1) due punti dati; a ed a_1, b e b_1 due coppie di rette indefinite o raggi, che rispettivamente passano per quei punti e sono girevoli intorno ad essi. I raggi di ciascuna coppia sieno fra loro invariabilmente collegati, talchè gli angoli α e β che ordinatamente formano a con a_1 e b con b_1 restino costanti.

Posto allora che il movimento dei raggi a e b intorno ai rispettivi centri A e B sia così regolato che il loro punto d'incontro M si mantenga sempre sopra una retta fissa z parallela ad A B, determiniamo il luogo dei punti P ove i raggi a_1 tagliano i corrispondenti b_1.

Riferiamo il punto generico P ad un sistema di assi ortogonali con l' origine in A e con l' asse delle assisse diretto secondo A B, e sieno x ed y le coordinate di quel punto quando a e b si tagliano in M e rispettivamente formano con l' asse A X gli angoli φ e φ_1. — Condotta la M H perpendicolare ad A B, poniamo, per brevità, H M $= m$ ed A B $= h$.

Si ha allora evidentemente:

$$m \cot. \varphi - m \cot. \varphi_1 = h$$

ossia

$$\cot. \varphi - \cot. \varphi_1 = \frac{h}{m} \qquad (1)$$

Ritenuta la m costante ed eguale alla distanza della retta z dalla A B, la precedente equazione traduce in linguaggio algebrico la condizione alla quale devono soddisfare gli angoli φ e φ_1 perchè il punto M rimanga sempre sulla z.

Si ha pure evidentemente:

$$x = y \cot.(\varphi - \alpha)$$
$$x - h = y \cot.(\varphi_1 - \beta) \quad ,$$

ove esprimendo le cotangenti della differenza degli angoli in funzione delle cotangenti degli angoli semplici, si avranno due equazioni che insieme alla (1) permetteranno di eliminare cot. φ e cot. φ_1.

L' equazione risultante da questa eliminazione è la equazione del luogo dei punti P, ed è la seguente:

$$(2) \qquad \left(\cot.\alpha - \cot.\beta - \frac{h}{m}\right)x^2 + \left(\cot.\alpha - \cot.\beta - \frac{h}{m}\cot.\alpha\cot.\beta\right)y^2$$
$$- \frac{h}{m}\left(\cot.\alpha + \cot.\beta\right)xy - h\left(\cot.\alpha - \cot.\beta - \frac{h}{m}\right)x$$
$$+ h\left(1 + \cot.\alpha.\cot.\beta + \frac{h}{m}\cot.\alpha\right)y = 0 \quad .$$

Il luogo dei punti P è dunque una conica che passa per i centri A e B, perchè le coordinate di questi centri $\begin{matrix} x=0 \\ y=0 \end{matrix}$ ed $\begin{matrix} x=h \\ y=0 \end{matrix}$ soddisfano alla sua equazione.

Suppongasi ora che scelto ad arbitrio un punto M_o sulla z (fig. 2) e condotte le AM_o e BM_o, si prenda $\alpha = \alpha_o = \widehat{M_o A X}$ e $\beta = \beta_o = \widehat{M_o B X}$, suppongasi, cioè, che agli angoli costanti α e β sieno assegnati valori α_o e β_o tali che per una data posizione AM_o e BM_o dei raggi a e b i corrispondenti a_1 e b_1 riescano sdraiati lungo AX. Manifestamente sarà allora:

$$m \cot.\alpha_o - m \cot.\beta_o = h$$

ossia

$$\cot.\alpha_0 - \cot.\beta_0 = \frac{h}{m} \quad , \tag{3}$$

e ponendo nella (2) α_0 e β_0 in luogo di α e β, dividendola per y e badando all' equazione or ora scritta, si ha:

$$\left(\cot.\alpha_0 - \cot.\beta_0 - \frac{h}{m}\cot.\alpha_0.\cot.\beta_0\right)y - \frac{h}{m}\left(\cot.\alpha_0 + \cot.\beta_0\right)x \tag{4}$$

$$+ h\left(1 + \cot.\alpha_0 \cot.\beta_0 + \frac{h}{m}\cot.\alpha_0\right) = 0 \quad .$$

Nel presupposto caso dunque il luogo dei punti P è una retta.

Allo scopo di dare forma più semplice alla precedente equazione, poniamo in essa il valore di cot. α_0 — cot. β_0 dato dalla (3) e poi moltiplichiamola per $\frac{m}{h}$; avremo così:

$$(1 - \cot.\alpha_0.\cot.\beta_0)\,y - (\cot.\alpha_0 + \cot.\beta_0)\,x$$

$$+ m\left(1 + \cot.\alpha_0 \cot.\beta_0 + \frac{h}{m}\cot.\alpha_0\right) = 0 \quad ;$$

e poichè si ha identicamente:

$$1 + \cot.\alpha_0.\cot.\beta_0 + (\cot.\alpha_0 - \cot.\beta_0)\cot.\alpha_0 = 1 - \cot.\alpha_0 \cot.\beta_0 +$$
$$(\cot\alpha_0 + \cot.\beta_0)\cot.\alpha_0 \quad ,$$

e quindi per la (3):

$$1 + \cot.\alpha_0.\cot.\beta_0 + \frac{h}{m}\cot.\alpha_0 = 1 - \cot.\alpha_0.\cot.\beta_0 +$$
$$(\cot.\alpha_0 + \cot.\beta_0)\cot.\alpha_0$$

potremo scrivere:

$$(1 - \cot.\alpha_0.\cot.\beta_0)\,y - (\cot.\alpha_0 + \cot.\beta_0)\,x$$
$$+ m\left\{1 - \cot.\alpha_0 \cot.\beta_0 + (\cot.\alpha_0 + \cot.\beta_0)\cot.\alpha_0\right\} = 0$$

Divisa questa equazione per 1 — cot. α_0 cot. β_0 ed osservando che è:

$$\frac{\cot.\alpha_0 + \cot.\beta_0}{1 - \cot.\alpha_0.\cot\beta_0} = -\tan.(\alpha_0 + \beta_0)$$

si ottiene:

$$y + m + (x - m \cot . \alpha_o) \tan . (\alpha_o + \beta_o) = 0 \quad .$$

Posta la (4) sotto questa forma apparisce chiaramente che la retta da essa rappresentata, la quale nel caso considerato è il luogo dei punti P, forma con l' asse A X, ossia con A B, un angolo γ supplementare di $\alpha_o + \beta_o$, e passa per il punto di coordinate $x = m \cot . \alpha_o =$ A E ed $y = - m =$ E P_o (fig. 2), ossia per il punto P_o simmetrico di M_o rispetto ad A B.

Per evitare equivoci avvertiamo che la retta A B, indefinitamente prolungata nei due sensi, divide il piano in cui è posta in due campi, e che mentre nell' uno si trovano la retta z ed i tre angoli α_o, β_o e γ, il punto P_o giace nell' altro.

4. Chiamata u la retta luogo dei punti P, osserviamo che se il punto M comune dei raggi a e b percorrendo la z, il punto P comune dei raggi a_1 e b_1 percorre la u, avverrà pure che P muovendosi sopra u, M si muoverà su z. Da ciò segue che considerando come data la u, sarà possibile, in generale, di collegare il raggio a con l' a_1 ed il b col b_1 sotto angoli costanti α_o e β_o tali, che mentre il punto comune dei raggi a_1 e b_1 percorre la retta data u, quello comune dei a e b si muova sopra una retta z parallela ad A B. Supposta data la u, proponiamoci di determinare quegli angoli α_o e β_o e questa retta z.

Sieno A e B i centri dati (fig. 3); u la retta data, e supponiamo per un momento che z, parallela ad A B, sia la retta che vogliamo determinare. Per quello che abbiamo veduto al n.° precedente, la u deve passare per un punto P_o che, rispetto ad A B, è simmetrico di un punto M_o della z; e inoltre, tirate le A M_o e B M_o, l' angolo che la u fa con A B e la somma degli angoli che le A M_o e B M_o formano con l' A B stessa, devono essere supplementari. È chiaro allora che il problema si riduce a trovare un punto M_o che essendo simmetrico rispetto ad A B di un punto della data retta u, sia tale, che, condotte le A M_o e B M_o, la somma degli angoli $\widehat{M_o A X}$ ed $\widehat{M_o B X}$ sia il supplemento dell' angolo $\widehat{u O X}$. Trovato questo punto M_o evidentemente si avrà:

$$\widehat{M_0 A X} = \alpha_0 \quad , \quad \widehat{M_0 B X} = \beta_0 \quad ,$$

e la retta condotta per M_0 parallelamente ad AB sarà la z.

È da notare che attesa la simmetria dei punti P_0 ed M_0, dato P_0 resta necessariamente determinato anche M_0, e che condotte le AP_0 e BP_0 è:

$$\widehat{P_0 A X} = \widehat{M_0 A X} \quad \text{e} \quad \widehat{P_0 B X} = \widehat{M_0 B X} \quad .$$

Osservando allora che $\widehat{P_0 O X}$ è supplemento di $\widehat{u O X}$, è chiaro che invece di determinare direttamente il punto M_0, basta trovare un punto P_0 della data retta u tale, che, condotte le AP_0 e BP_0, sia:

$$\widehat{P_0 A X} + \widehat{P_0 B X} = \widehat{P_0 O X} \quad . \tag{5}$$

Determinato così il P_0 sarà:

$$\widehat{P_0 A X} = \alpha_0 \quad \text{e} \quad \widehat{P_0 B X} = \beta_0 \quad ,$$

e la retta che passa per il punto simmetrico a P_0 rispetto ad AB ed è parallela alla AB stessa sarà la z.

Partendo da O, ove la u taglia il prolungamento di AB, si porti su questo prolungamento $OD = BO$, e centrando in C, punto di mezzo di AD, e con raggio CA si descriva la semicirconferenza ATD. Condotta poi da O la perpendicolare ad AD, essa taglierà questa semicirconferenza in T, e descritto il circolo di centro O e raggio OT, esso segherà la u in due punti P_0 e P_0' i quali soddisferanno amendue alle condizioni del problema.

Ed in vero, per un noto teorema di geometria elementare è:

$$AO : OT = OT : OD \quad ;$$

ed essendo per costruzione $OT = OP_0$ ed $OD = BO$ potremo scrivere:

$$AO : OP_0 = OP_0 : BO \quad .$$

I due triangoli AP_0O e BP_0O hanno dunque i lati adiacenti all' angolo comune $\widehat{A O P_o}$ rispettivamente proporzionali, perciò sono simili e sarà quindi:

$$\widehat{A P_o O} = \widehat{P_o B X} \quad .$$

D' altro canto $\widehat{P_o O X}$ è angolo esterno al triangolo $A P_o O$ e così:

$$\widehat{P_o A X} + \widehat{A P_o O} = \widehat{P_o O X} \quad ,$$

e per la precedente:

$$\widehat{P_o A X} + \widehat{P_o B X} = \widehat{P_o O X}$$

la quale riproduce la (5); per tal modo il punto P_o, determinato con la preindicata costruzione grafica, soddisfa alle condizioni imposte dal problema. Analogamente si dimostrerebbe che vi soddisfa pure il punto P_o', e così il problema ammette, in generale, due soluzioni.

Osserviamo che la retta parallela ad $A B$ passante per M_o, simmetrico di P_o, evidentemente passa anche per P_o'; così la retta parallela ad $A B$ passante per M_o', simmetrico di P_o', passa pure per P_o. È chiaro allora che accettando la prima di dette soluzioni, si dovrà prendere:

$$\alpha_o = \widehat{P_o A X} \qquad \text{e} \qquad \beta_o = \widehat{P_o B X} \quad ,$$

e la retta cercata sarà la z parallela ad $A B$ e passante per P_o'; accettando invece la seconda, si dovrà prendere:

$$\alpha_o = \widehat{P_o' A X} \qquad \text{e} \qquad \beta_o = \widehat{P_o' B X} \quad ,$$

e la retta cercata sarà la z' parallela ad $A B$ e passante per P_o.

La costruzione geometrica che determina i punti P_o e P_o' evidentemente è sempre possibile fin che la retta u non passa fra i centri A e B, e lo sarebbe ancora se passasse per l' uno o per l'altro; in tal caso i due punti P_0 e P_0' si confonderebbero col centro per il quale passa la u, e le rette z e z' coinciderebbero con l'AB. Se però la u passasse fra A e B, la OT diventerebbe immaginaria e con essa diverrebbero immaginarî i punti P_0 e P_0' e le rette z e z'; in questo caso dunque il problema non ammetterrebbe soluzione reale.

E ciò riesce pure manifesto pensando che se la u passasse fra A e B, i raggi a_1 e b_1 girerebbero in verso opposto mentre il loro punto comune scorre su quella retta; allora i raggi a e b, che si suppongono invariabilmente collegati ai a_1 e b_1, girerebbero pure in senso contrario, e perciò sarebbe impossibile che il loro punto comune si mantenesse sopra una parallela ad AB, perchè, in tal caso, dovrebbero ruotare nel medesimo verso.

Dopo ciò possiamo concludere:

Dati in un piano: due centri fissi A e B; una retta fissa u che non passa fra questi centri; due rette indefinite a ed a_1 passanti per A e girevoli intorno ad A, e due altre b e b_1 passanti per B e girevoli intorno a B, è sempre possibile collegare a con a_1 e b con b_1 sotto angoli costanti tali che mentre il punto comune delle a_1 e b_1 scorre sulla u, quello comune delle a e b si mova sopra una retta parallela ad AB.

Quegli angoli e questa retta si determinano graficamente nel modo superiormente indicato.

5. Per risolvere ora il problema enunciato al n. 2 supponiamo dati due assi perpendicolari ad uno stesso piano sul quale si projettano in A e B, e, nel medesimo piano, una retta fissa qualunque u. Se allora immaginiamo nel piano predetto due rette indefinite a ed a_1 collegate direttamente ed invariabilmente all'asse che si projetta in A, e due altre b e b_1 congiunte nello stesso modo all'asse che si projetta in B, sarà possibile che mentre il punto d'incontro delle a_1 e b_1 scorre sulla u, quello comune alle a e b si muova sopra una retta z parallela ad AB e parallela quindi al piano dei dati assi. E perchè ciò avvenga basterà che quelle rette siano fissate a questi assi in guisa che a con a_1 e b con b_1 formino rispettivamente gli angoli α_0 e β_0, i quali e la retta z si determinano come venne detto al numero precedente. Determinati α_0, β_0 e la z sarà poi anche vero che il punto comune delle a e b muovendosi sulla z quello comune delle a_1 e b_1 si muoverà sulla u.

Dopo ciò è chiaro che se i due assi vengono cinematicamente collegati in modo che le rette indefinite a e b girando con essi, mantengano esattamente il loro punto d'incontro sulla z, le altre due a_1 e b_1 s'incontreranno sempre sulla u, e ciò avverrà pure, evidentemente, sopprimendo le rette a e b e conservando solo le a_1 e b_1 e l'ingegno che determina il collegamento cinematico dei due assi.

Ora, la z è parallela al piano di questi assi; per quello allora che abbiamo veduto al n. 1, sarà sempre possibile realizzare il predetto ingegno impiegando delle semplici aste articolate, e, per tal modo, il sopradetto problema sarà risolto.

Devesi però osservare che se la retta data u passasse fra i due assi e quindi fra le loro projezioni A e B, la z, per quanto abbiamo detto al numero precedente, sarebbe immaginaria. Il problema del n. 2 dunque non ammette sempre una soluzione reale, ma limitatamente in tutti i casi nei quali la retta u non passa fra i dati assi.

6. Arrivati a questo punto, la possibilità della costruzione mediante semplici aste articolate di un corretto meccanismo di di direzione per veicoli a due assi di sterzo perperdicolari al piano di rotolamento, ma posti in un piano non parallelo all'asse delle ruote posteriori, potremmo ritenerla dimostrata senza aggiungere altre parole in proposito. Tuttavia per chiarire meglio e perchè si possa facilmente applicare, se il caso si presentasse, quanto abbiamo precedentemente esposto, vediamo di precisare il procedimento da seguirsi per determinare tutti gli elementi geometrici di detto meccanismo.

In projezione sul piano di rotolamento, sieno A e B (fig. 4) gli assi di sterzo ai quali devono essere direttamente fissati i fusi delle ruote direttrici, ed u l'asse geometrico della sala fissa al telajo del veicolo sulla quale girano folli le ruote posteriori (1).

---

(1) Non è veramente necessario che, rispetto al senso della marcia, queste ruote, che non sterzano, si trovino al di dietro del veicolo; tuttavia le ho dette e le dirò *posteriori* per semplicità di linguaggio, e perchè il loro ufficio nel sistema rotolante qui considerato è lo stesso delle ruote così chiamate nei carri ordinarî.

Si considerino A e B come centri dati, ed u come retta data, e, mediante la costruzione grafica indicata al n. 4, si determinino i punti P_o e P_o'. Per l'uno, per esempio per il P_o, si conduca la z parallela ad A B, e l'altro, il P_o', lo si congiunga con A e con B. Sempre in projezione sul piano di rotolamento s'immagini allora un veicolo fittizio ove gli assi di sterzo sieno gli stessi A e B del veicolo vero, ove i fusi delle ruote direttrici sieno S A e B D, ove infine sia z l'asse delle ruote posteriori. La z essendo parallela ad AB, tale veicolo riesce disposto nel modo ordinario, vale a dire con l'asse delle ruote posteriori parallelo al piano dei due assi di sterzo. Con le norme allora date nella mia citata Memoria, si determineranno gli elementi geometrici del sistema articolato che per il detto veicolo fittizio rende corretto lo sterzo, ossia rende soddisfatta la condizione che gli assi geometrici AX e BX dei fusi delle ruote direttrici s'incontrino sempre sull'asse z delle ruote posteriori.

Disegnato questo sistema nella forma corrispondente alla marcia dritta, ossia nella forma che assume quando i fusi S A e B D si dispongono (come nella figura) parallelamente a z, le A P_o' e B P_o' determineranno le direzioni secondo le quali devono essere fissati i fusi S′ A e B D′ delle ruote direttrici del vero veicolo ai rispettivi assi di sterzo, e per tal modo si avranno tracciati sul disegno tutti gli elementi geometrici del meccanismo ordinato per la corretta direzione del veicolo medesimo. E sarà certamente corretta perchè il suddetto sistema articolato mantenendo virtualmente l'incontro delle A X e B X sulla z, manterrà pur quello degli assi A P_o' e B P_o' delle vere ruote direttrici sull'asse u delle vere ruote posteriori, e sarà quindi soddisfatta la condizione di sterzo corretto anche per il veicolo dato.

E qui devesi avvertire, in conformità a quanto abbiamo osservato alla fine del numero precedente, che non sarebbe possibile combinare il meccanismo quando l'asse delle ruote posteriori od i suoi prolungamenti passassero fra gli assi di sterzo o fra i loro prolungamenti; in tal caso infatti la u passerebbe fra A e B e la z sarebbe immaginaria.

Nel procedimento precedentemente esposto venne scelto a caso uno dei due punti P_o e P_o', ottenuti con la costruzione grafica del n.º 4, per farvi passare poi una retta parallela alla A B e determinare così la z. Teoricamente infatti tale scelta è perfettamente arbitraria, e per deciderla non può esservi che qualche ragione pratica. Questa ragione esiste realmente e deriva dal fatto che i sistemi articolati tanto meno si prestano ad una sicura trasmissione del moto, quanto più piccoli sono gli angoli formati dalle aste che concorrono ad una medesima articolazione, e siccome importa che la direzione del veicolo sia specialmente assicurata in marcia dritta, quando, cioè, è maggiore la velocità della corsa, giova così che nella forma assunta dal sistema in marcia dritta, le coppie di aste fra loro direttamente articolate non presentino angoli troppo piccoli. Ora, lo scegliere uno o l'altro dei predetti punti per determinare la z, conduce a due diverse disposizioni del meccanismo una delle quali, in generale, soddisfa meglio dell' altra alla prefata condizione, ed in base a ciò si può anche stabilire una regola che valga a decidere quella scelta a *priori*, senza fare i disegni di quelle due disposizioni e adottare poi quella che per la ragione anzidetta si presenta più pratica.

Per esporre però, giustificare e indicare l' uso di questa regola dovrei discorrere non poco, ed uscire così dai limiti che credo di dover imporre a questo mio lavoro; mi basta di aver notato su quale criterio pratico può essere fondata la scelta delle due predette disposizioni del meccanismo, e quindi dell' uno o dell' altro dei punti P_o e P_o'.

7. Ho voluto costruire un modellino dimostrativo di quanto sono venuto esponendo. Il piccolo veicolo ha quattro ruote e lo si spinge a mano sopra un tavolo. L'asse comune delle ruote posteriori è parallello al piano di rotolamento. Questo asse può disporsi in tre modi diversi: parallelo, a 45° e normale al piano degli assi di sterzo. Vennero calcolati i cangiamenti che si dovevano portare a una dimensione del telaio del veicolo (1), affinchè,

(1) In projezione sul piano di rotolamento questa dimensione è la distanza del punto di mezzo della retta A B che congiunge i due assi di sterzo dall' asse u delle ruote posteriori.

Gli elementi geometrici del meccanismo articolato che collega i due assi di sterzo dipendono, e restano completamente determinati, dalla reciproca distanza di questi assi e dalla loro posizione rispetto all' asse delle ruote posteriori, e tale posizione, sempre in projezione sul piano di nei tre casi, potesse servire il medesimo meccanismo articolato, e nel modello questi cangiamenti si ottengono prontamente e con tutta facilità mediante opportuna disposizione ordinata a tale scopo. Furono poi calcolati gli angoli sotto i quali nei tre casi dovevano trovarsi i fusi delle ruote direttrici rispetto alle aste del sistema articolato direttamente congiunte coi rispettivi assi di sterzo, e la particolare costruzione del modello permette pure di dare facilmente e sollecitamente a quegli angoli gli esatti valori che corrispondono all'uno od all'altro dei tre modi secondo i quali s'intende disporre il piccolo veicolo.

Nella mia Memoria ripetutamente citata ho dimostrato che la parte del meccanismo alla quale diedi il nome di *biquadrilatero romboidale*, ed a cui è veramente dovuta la trasformazione del moto dall' uno all' altro asse di sterzo, è a rivoluzione completa. Disponendo dunque le cose in guisa che anche i parallelogrammi articolati che entrano nel meccanismo sieno effettivamente a rivoluzione completa, e che le ruote direttrici possano compiere un giro intero intorno ai rispettivi assi di sterzo senza urtare nelle parti mobili o fisse del sistema, sarà possibile realizzare un veicolo ove quelle ruote possono sterzare, e sterzare sempre correttamente, di un angolo qualuuque fra 0° e 360°.

La particolare costruzione del modello è stata appunto coordinata anche a questo scopo, in esso, cioè, le ruote direttrici sono a forcella, tutte le aste del sistema articolato si muovono in piani differenti, ed il parallelogramma che fa parte del sistema stesso è doppio, ovvero si compone di due parallelogrammi eguali con le manovelle ad angolo retto. Per rendere praticamente possibile tutto ciò, ho dovuto adottare la disposizione di cui è detto al n. 19 della mia citata Memoria e che è rappresentata schematicamente nella fig. 12 della tavola annessa alla Memoria medesima.

---

rotolamento e data quella distanza, è pienamente determinata da due parametri. Per questi parametri si può prendere la direzione γ della u rispetto alla AB, e la distanza λ del punto di mezzo di AB da u, e considerare per tal modo i detti elementi come funzioni di tali parametri. È allora evidente che volendo mantenere lo stesso meccanismo ed immutati quindi i suoi elementi, se si fa variare γ, si dovrà far variare, e variare in modo determinato, anche λ.

Per tal modo il modello si presta alla verificazione di tutti i risultati dei miei studî in argomento, e devesi notare che non solo le ruote direttrici possono correttamente sterzare da 0° a 360° quando il veicolo è disposto come ordinariamente si usa per gli automobili, ma anche allora che è disposto negli altri due modi ai quali, per la sua particolare costruzione, si adatta. E così doveva essere e sarebbe per qualsiasi veicolo ove il meccanismo di sterzo fosse combinato con le norme in addietro indicate, perchè, se ben si guarda, tale meccanismo non è che quello stesso che vale per un veicolo ordinario (il fittizio), e solo i fusi delle ruote direttrici vi sono diversamente ed opportunamente orientate rispetto alle aste del sistema articolato le quali direttamente si fissano agli assi di sterzo.

Osserviamo infine che essendo possibile lo sterzare corretto da 0° a 360°, avviene naturalmente che alla marcia dritta e ad una determinata svolta qualsiasi del veicolo, corrispondono due diverse posizioni del meccanismo, e data una di queste posizioni si ottiene l'altra sterzando di 180°.

3. Basteranno ora poche parole per arrivare alla soluzione del problema generale promessa nel titolo della presente Nota.

Sia dato un sistema rotolante a telaio rigido ed unico con quante ruote si vogliano e con qualsiasi numero di assi di sterzo. In projezione sul piano di rotolamento sia u l'asse geometrico della o delle ruote R che non sterzano, asse che è fisso al telajo del sistema; sieno a_1, a_2, a_3, ecc.... a_n gli assi geometrici delle ruote direttrici, e chiamiamo A_1, A_2, A_3, ecc. A_n queste ruote, alle quali corrispondono altrettanti assi di sterzo perpendicolari al piano di rotolamento.

Si considerino le ruote R, A_1 ed A_2 come appartenenti ad un veicolo a due assi di sterzo, e si colleghino cinematicamente questi assi con le norme in addietro esposte. Considerando successivamente i gruppi di ruote R, A_2, A_3; R, A_3, A_4, ecc. . . R, A_{n-1}, A_n come appartenenti ad altrettanti veicoli separati, ed operando nello stesso modo, avverrà che i punti d'incontro delle rette formanti le coppie a_1 ed a_2, a_2 ed a_3, a_3 ed a_4, ecc.... a_{n-1} ed a_n si manterranno tutti e sempre sulla u comunque sterzino le ruote A_1, A_2, A_3, ecc.... A_n. Ora, le predette coppie sono in catena, e, cioè, una retta di una coppia qualunque appartiene anche alla coppia che immediatamente sussegue. Deriva da ciò che le rette a_1, a_2, a_3, a_4, ecc. a_n necessariamente concorreranno tutte in uno stesso punto della u, ossia le projezioni sul piano di rotolamento degli assi di tutte le ruote del sistema si taglieranno in un unico punto.

Ciò avvenendo poi per qualsiasi angolo di cui si faccia sterzare una qualunque delle ruote direttrici A_1, A_2, A_3, ecc. A_n, lo sterzo riuscirà corretto per l'intero sistema rotolante dato.

Abbiamo veduto che non è possibile combinare con semplici aste articolate il meccanismo per la corretta direzione di un veicolo a due assi di sterzo, quando l'asse delle ruote posteriori (che non sterzano) od i suoi prolungamenti passano fra quegli assi o fra i loro prolungamenti. Se ciò dunque si verificasse sia pure per uno solo dei veicoli che di sopra abbiamo per artificio separatamente considerati, neppure si potrebbe combinare il detto meccanismo per lo intero sistema dato, e perchè la soluzione del problema generale sia possibile, è quindi necessario che tutti gli assi di sterzo si trovino da una medesima parte dell'asse della o delle ruote che non sterzano.

È quasi inutile avvertire che l'intero meccanismo articolato combinato nel modo precedentemente indicato, riuscirebbe a rivoluzione completa, e che quindi disposte le cose in guisa che tale completa rivoluzione fosse possibile anche materialmante, le ruote direttrici potrebbero effettivamente e correttamente sterzare da 0° a 360°.

(Licenziate le bozze per la stampa il giorno 30 maggio 1905)

Fig. 1

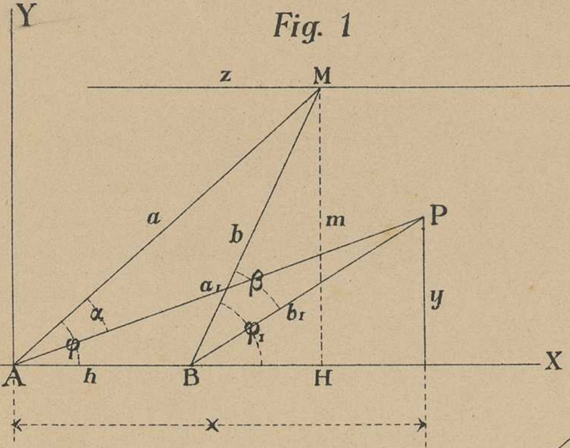

Fig. 2

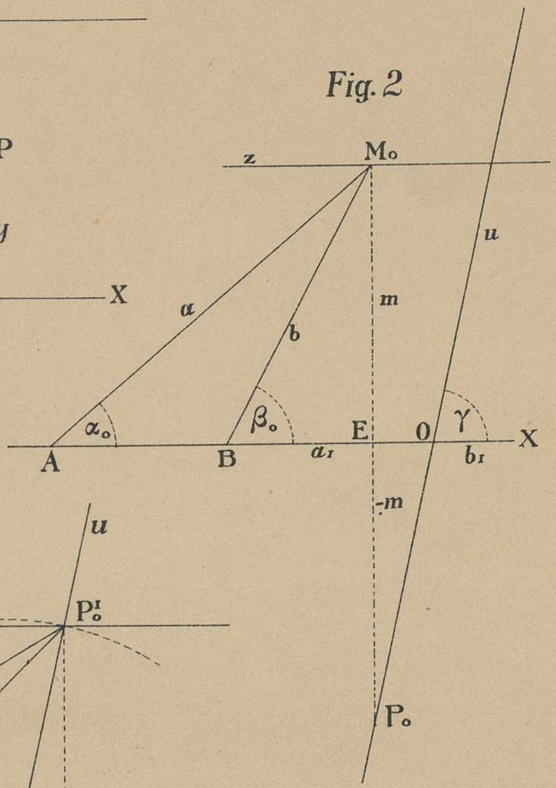

Fig. 3

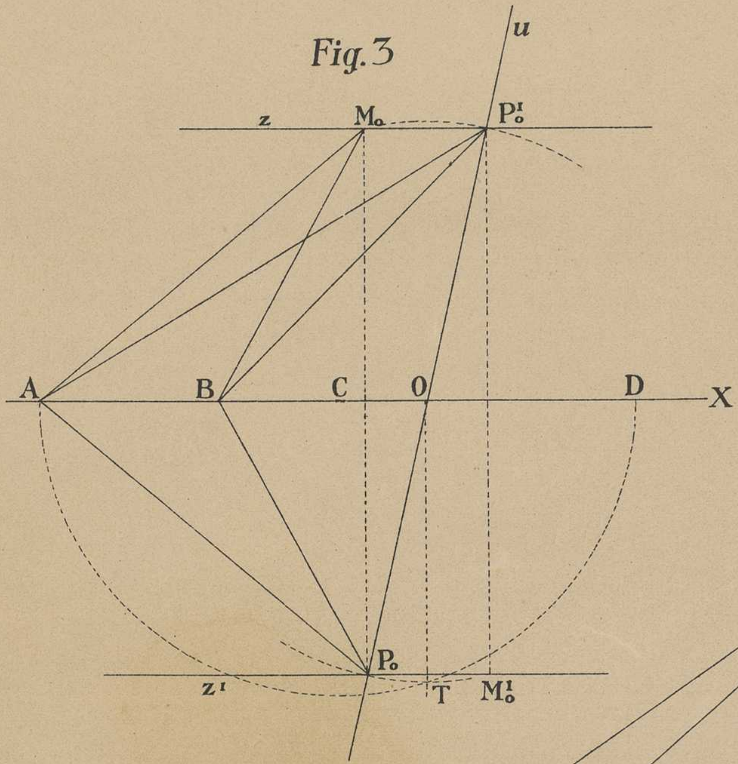

Fig. 4