

equivalente
Now so developed favorably
fuller's earth (Fe in later), now certainly
Spicrya in the lower valley

Transformed

CONTRIBUTO ALLO STUDIO
DELLE CONDIZIONI CROMATICHE DELLA TRASPARENZA FENOMENICA

1. L'espressione 'trasparenza' sta ad indicare un fenomeno fisico (la permeabilità di una determinata sostanza alle radiazioni luminose) e un fenomeno percettivo (il "vedere attraverso"). Generalmente si considera la proprietà fisica come condizione del fenomeno percettivo (vediamo attraverso a un oggetto quando questo è permeabile alle radiazioni luminose). ~~L'indagine sperimentale~~ La psicologia della percezione visiva (Fuchs, Metzger, Kanizsa) ha dimostrato da tempo che non è così. Ma siccome la dipendenza della trasparenza percettiva dalla trasparenza fisica appare ovvia, non sembra inutile, riprendendo in esame il problema, mostrare ancora una volta che la permeabilità fisica alle radiazioni luminose non è né una condizione necessaria, né una condizione sufficiente della trasparenza percettiva.

a) Per dimostrare che la trasparenza fisica non è una condizione necessaria della trasparenza percettiva, basta indicare un caso in cui, in assenza di trasparenza fisica, si determina la percezione di trasparenza. La maggior parte delle figure di questo articolo rappresentano casi di questo genere, casi cioè in cui in seguito alla giustapposizione di superfici opache si determina l'impressione di trasparenza. Il primo esempio è costituito da Fig. 3 in cui quattro regioni opache di diversa chiarezza, a contatto fra loro determinano la percezione di una superficie circolare grigia trasparente, attraverso la quale si vede una figura quadrata suddivisa in quattro triangoli alternativamente bianchi e neri.

b) Per dimostrare che la trasparenza fisica non è condizione sufficiente della trasparenza percettiva, basta trovare una situazione in cui la trasparenza fisica non determina la percezione di

trasparenza. Un esempio di questo genere si ha sovrapponendo una lamina di celluloid colorata trasparente o anche un vetro colorato, ad una superficie opaca (p. es. una carta o un cartone) di diverso colore (Fig. 1). In questo caso è totalmente assente l'im-

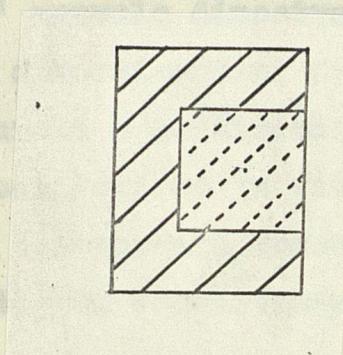


Fig. 1

pressione di trasparenza: i soggetti descrivono il modello come una superficie opaca sovrapposta ad un'altra superficie pure opaca.

Con ciò è dimostrato l'assunto, che cioè la trasparenza fisica non è né condizione

necessaria né condizione sufficiente della trasparenza percettiva.

Che le condizioni che determinano la percezione di trasparenza siano di altra natura si dimostra facilmente, poiché basta una piccola modifica della situazione per ottenere che si determini l'impressione di trasparenza. Prendendo un modello identico a quello di Fig. 1, in cui la celluloid colorata è la stessa, ma il cartone è di colore diverso, e giustapponendo i due modelli in modo che le due lamine di celluloid vengano a costituire un rettangolo (Fig. 2) si percepisce un rettangolo trasparente attraverso al quale si vedono i due supporti di cartone.

Con ciò risulta chiaro che non è la presenza o l'assenza di permeabilità fisica ai raggi luminesci, né la presenza o l'assenza di particolari con-

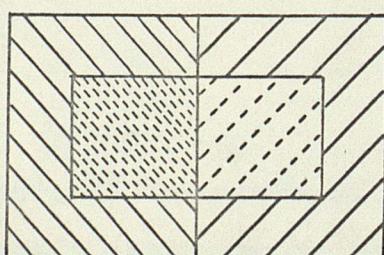


Fig. 2

dizioni di stimolazione che determina la presenza o l'assenza del l'impressione di trasparenza. La modificazione sistematica di tali condizioni permetterà dunque di mettere in evidenza le modalità di azione.

E' agevole dimostrare che la trasparenza fenomenica dipende da due diversi ordini di condizioni indipendenti fra loro: condizioni figurali e condizioni cromatiche.

Consideriamo la situazione di Fig. 3, che rappresenta un esempio di trasparenza fenomenica. E' sufficiente modificarne la forma (Fig. 4) pur conservandone immutati i colori, perchè si annulli

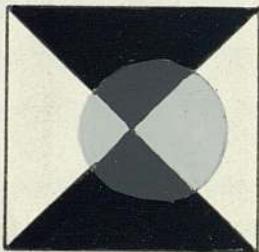


Fig. 3

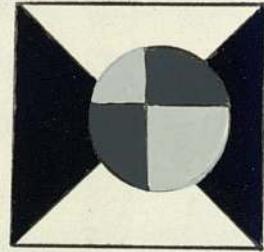


Fig. 4

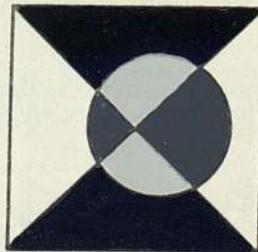


Fig. 5

l'effetto di trasparenza; e lo stesso risultato si può ottenere mantenendo immutata la forma e modificando i colori (Fig. 5). Il fatto che non sia necessario che la modificazione investa la zona percepita come trasparente per annullare l'effetto di trasparenza

sta a dimostrare che si tratta di un fenomeno che non dipende soltanto dalle condizioni locali di stimolazione.

In una precedente ricerca (1) sono state studiate prevalentemente le condizioni figurali della trasparenza; nel presente articolo verranno studiate le condizioni cromatiche del fenomeno.

2. Il particolare interesse che presentano le condizioni cromatiche della trasparenza fenomenica deriva dal fatto che la scissione fenomenica, che costituisce l'essenza dell'effetto trasparenza è un fenomeno cromatico.

La trasparenza si può infatti definire come un caso di sdoppiamento fenomenico, per cui la stimolazione omogenea di una zona retinica, anzichè determinare la percezione di una superficie unitaria, determina la percezione di due superfici una dietro l'altra,

-
- (1) Zur Analyse der phänomenalen Durchsichtigkeitserscheinungen, in Festschrift für Ferdinand Weinhandl, dove sono fra altro discusse le più importanti ricerche sulla trasparenza fenomenica. Qui ci limitiamo ad elencarle.
- W. Fuchs: Untersuchungen über das simultane Hintereinandersehen auf derselben Sehrichtung. Zeitschr. f. Psych., 01, 1923
 - W. Fuchs: Experimentelle Untersuchungen über die Änderung von Farben unter dem Einfluss von Gestalten. Zeitsch. f. Psych. 92, 1923.
 - G. Heider: New studies in transparency, form and colour. Psych. Forsch., 17, 1933.
 - Kanizsa G.: Condizioni ed effetti della trasparenza fenomenica. Rivista di Psicologia, 49, 1955.
 - Koffka K.: Principles of Gestalt Psychology, N.Y. 1935, pagg. 260 e segg.
 - W. Metzger: Gesetze des Sehens. Frankfurt am Main, 1955.
 - B. Tudor-Hart: Studies in transparency, form and colour. Psych. Forsch., 10, 1928.

e visibili l'una attraverso l'altra (1). Si presentano pertanto due problemi: a) quando e b) come si determina tale scissione, e in altre parole, quali saranno i colori delle due superfici, e in che rapporto stanno con la stimolazione della corrispondente zona retinica.

Una risposta al secondo problema è rappresentata da una ipotesi di K. Koffka e G. Heider che conviene citare testualmente dall'opera di Koffka (2).

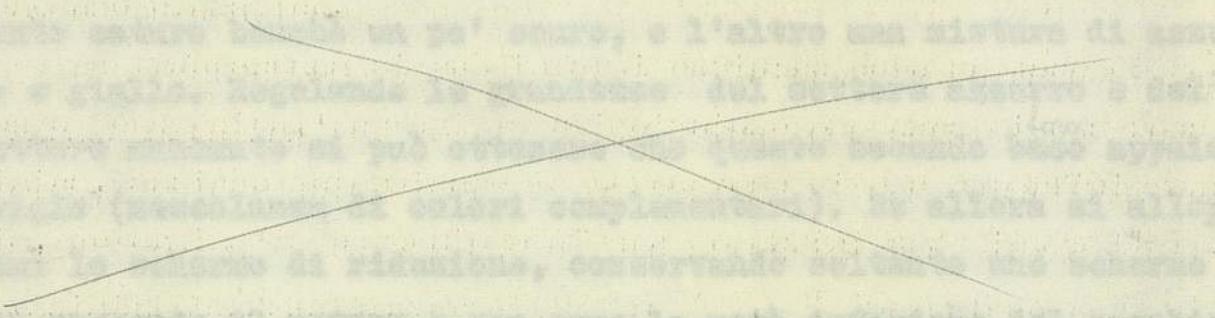


Fig. 6

Fig. 6a

« Uno dei metodi impiegati da Fuchs (nello studio della trasparenza) è il metodo dell'episcotista. Un grande disco per la fusione cromatica con un settore colorato ed uno aperto (3) gira a

-
- (1) La forma più comune di sdoppiamento fenomenico è costituito dal fenomeno di figura-sfondo. L'effetto trasparenza rappresenta un caso particolare del fenomeno di figura e sfondo, in cui, in luogo della presenza amodale dello sfondo si ha la visione diretta della superficie retrostante.
- (2) K. Koffka - *Principles of Gestalt Psychology*, 1935, pp. 260 e segg.
- (3) L'episcotista - un disco, mancante di un settore - è rappresentato in fig. 8. (Nota dell'autore del presente articolo).
traduttore).

dimane

una certa distanza di fronte ad uno schermo nero. Su questo schermo nero c'è una figura colorata. Per scegliere un semplice esempio: l'episcotista è azzurro, la figura è di un giallo complementare. Se osserviamo questa costellazione attraverso ad uno schermo di riduzione con due fori situati in modo che l'osservatore vede lo sfondo nero (e la parte aperta del disco di fusione cromatica) attraverso ad uno, e la figura gialla attraverso all'altro, il colore dei due fori sarà determinato dalla legge di Talbot (vedi cap. IV pagg. 127 e segg.) cioè l'uno sarà di un azzurro fortemente saturo benchè un po' scuro, e l'altro una mistura di azzurro e giallo. Regolando le grandezze del settore azzurro e del settore mancante si può ottenere che questo secondo ^{foro} appaia grigio (mescolanza di colori complementari). Se allora si allontana lo schermo di riduzione, conservando soltanto uno schermo che nasconde il motore e con esso la metà inferiore del cerchio azzurro, l'osservatore vede una figura gialla dietro un semicerchio azzurro trasparente, e su uno sfondo nero. La fig. 6 illustra l'apparecchiatura. A questa percezione corrisponde la seguente stimolazione pressimale:

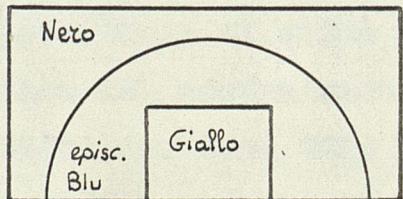


Fig. 6

un'area nera, un'area azzurra (mistura di azzurro e nero) che comprende la parte visibile del disco di fusione cromatica con l'eccezione del l'area in cui la figura giace dietro a questo, e un'area neutra (mistura di azzurro e di giallo dove il disco di

(1) Non riportiamo la citazione, dato che in quest'articolo la legge di Talbot è presentata, con un esempio, all'inizio del § 4 (nota del traduttore).

fusione si trova davanti alla figura). A parte l'area nera, troviamo qui una discrepanza fra stimolazione e apparenza percettiva. L'area della figura gialla è rappresentata doppiamente; essa appare da un lato come parte del semicerchio trasparente azzurro ininterrotto, dall'altra come una figura gialla, e tuttavia sulla retina non c'è né azzurro né giallo ma grigio. Non appena quest'area perde il suo carattere di doppia rappresentazione, quando guardiamo attraverso ad uno schermo di riduzione, essa appare neutra. Perciò i colori visti l'uno dietro l'altro devono essere dovuti alla doppia rappresentazione. Nello stesso tempo i colori percepiti corrispondono ai colori "reali". Il disco è effettivamente azzurro, la figura effettivamente gialla benché la immagine retinica che essi producono in combinazione sia neutra. Quest'ultimo fatto comunque non può entrare nella spiegazione, ma piuttosto la spiegazione deve essere tale che la corrispondenza di colori percepiti e colori reali derivi da essa. La spiegazione deve, come abbiamo già stabilito, partire dal fatto della doppia rappresentazione. Ci sono molti fattori in azione i quali producono questo tipo di organizzazione - in primo luogo fattori figurali come quelli che abbiamo discusso in precedenza, e in secondo luogo fattori di rilievo spaziale i quali fanno sì che la figura appartenga al piano dello sfondo. Doppia rappresentazione significa nel nostro caso che il semicerchio è visto come una figura unitaria. Come tale esso ha la tendenza ad apparire di un colore uniforme (vedi cap. IV pag. 135). Ciò sembra essere impedito dalla inomogeneità della stimolazione che ha luogo al suo interno, dove un'area neutrale ne interrompe una azzurra. Ma questa area è doppiamente rappresentata, ad essa corrispondono due super-

fici, una dietro l'altra. Quella davanti, appartenendo al semi-cerchio trasparente è sottoposta ad una pressione che la spinge a diventare azzurra. Tutto si spiegherebbe allora che potessimo fare l'ipotesi che se una stimolazione neutra dà luogo alla percezione di due superfici una delle quali è colorata, allora l'altra deve assumere una colorazione complementare. In altre parole noi applichiamo le leggi della mescolanza cromatica alla scissione dell'effetto di una stimolazione neutra. Se $Y+B = G$, allora $G-B = Y$ (Y = giallo, B = azzurro, G = grigio). La figura, secondo questa spiegazione, apparirebbe gialla, non perchè è realmente gialla, ma perchè la stimolazione neutrale che si produce per effetto delle condizioni dell'esperimento è forzata a produrre due piani, uno dei quali è azzurro.

La validità di questa spiegazione fu controllata da Grace Heider in una serie di esperimenti. Secondo l'ipotesi il fatto che la stimolazione neutrale dell'area è in realtà prodotta da una mescolanza di luce azzurra e gialla non conta per nulla. Tutto ciò che è necessario è che si determini la doppia rappresentazione e che la superficie che sta davanti appaia azzurra. Perciò fu introdotta la seguente modificazione nell'esperimento (vedi

Fig. 6a). La parte inferiore della figura fu colorata in rosso e contemporaneamente la parte interna del settore dell'episcotista, in verde, e i colori e le aperture dello episcotista regolati in modo che attraverso uno schermo



Fig. 6a

di riduzione la mistura rosso-verde di sotto apparisse perfettamente simile alla mistura giallo-blu di sopra. Questa modifica-
zione delle condizioni di stimolazione non avrebbe dovuto esercitare
alcun effetto sulla percezione del soggetto, e ciò risultò esatto:
l'episcotista apparve azzurro, la figura gialla per tutte le ri-
spettive superfici; le differenze di stimolazione ^{nelle due aree (1)} ~~entre a ciascuna~~
~~essa~~ andarono completamente perdute nella organizzazione percetti-
va.»

L'ipotesi

La legge di Koffka-Heider dice dunque che se una stimolazione retinica $[P]$ alla quale corrisponderebbe normalmente nell'ambito percettivo una superficie P di colore p , dà luogo invece alla per-
cezione di due superfici P_1 e P_2 di cui una è vista per trasparen-
za attraverso l'altra, la relazione fra i colori p_1 e p_2 delle
due superfici è rigidamente stabilita, in quanto, se le condizioni
di campo determinano il colore di una delle due superfici, il colo-
 (p_1)
re dell'altra ~~sarà tale che la fusione dei due colori dia come risultato~~
~~come si fondono erematicamente i colori delle~~
~~due superfici si dovrà ottenere il colore p che la stimolazione~~
 $[p]$ determina normalmente, in assenza di scissione fenomenica.

Schematicamente :

se anzichè $[p] \rightarrow p$

si determina $[p] \xrightarrow{P_1} P_1$ allora P_1 e P_2 stanno nel seguente

rapporto

$$P_1 +^* P_2 = p$$

$$p -^* P_1 = P_2$$

in cui $+$ e $-$ rappresentano le operazioni di fusione
che sono da definire algebricamente

(1) cioè l'area stimolata alternativamente con giallo e azzurro e
l'area stimolata alternativamente con rosso e verde (nota del
traduttore).

Per vedere di precisare ulteriormente la legge di Koffka-Heider è necessario considerare delle situazioni in cui il colori ~~si può~~ ^{con un numero} ~~può~~ esprimere quantitativamente. Ciò è possibile per le tonalità acromatiche, in quanto una qualsiasi tonalità di grigio (compresto il bianco e il nero) si può esprimere univocamente con un numero che va da 0 a 1 e misura ^{la} albedo o riflettanza del grigio, cioè la proporzione di luce riflessa dal grigio considerato (1).

Conviene dunque, per avere il vantaggio di esprimere quantitativamente il problema, limitare almeno in un primo tempo, lo studio alle tonalità di chiaroscuro (2).

Ponendo in questi termini il problema della fusione cromatica, poichè la chiarezza di un grigio di fusione è intermedia tra le chiarezze dei due componenti, è evidente che l'operazione simboleggiata con $\frac{+}{*}$ non può essere una somma, ma una media. Una semplice considerazione permette di giungere alla conclusione che la albedo del grigio di fusione è la media aritmetica delle albedo dei due grigi componenti, se questi intervengono in ugual misura nel processo di fusione (3).

- (1) Nello studio del fenomeno della trasparenza le condizioni di illuminazione sono sempre le stesse per tutte le superfici che partecipano al fenomeno o concorrono a determinarne; al trettanto vale per la componente soggettiva riferita all'illuminazione. In queste condizioni le variazioni di tonalità di chiaroscuro sono misurate dalle variazioni di albedo. Un modo analogo forse ancora più semplice per esprimere quantitativamente una tonalità di grigio, è quello di definirlo col numero di gradi di bianco b necessario per ottenere per fusione in un disco di Maxwell con 360-b gradi di nero, un grigio della stessa tonalità. Se si disponesse di un bianco e di un nero assoluti, la proporzione di bianco nel disco di Maxwell corrisponderebbe alla albedo del grigio così riprodotto.
- (2) Va tenuto presente che in questo lavoro, quando si parla di colori della serie Bianco-Grigio-Nero.
- (3) Infatti ragionando in termini di gradi di bianco nel disco di Maxwell, se p_1 è un grigio con $\frac{90}{360}$ di bianco e p_2 un grigio con $\frac{260}{360}$ di bianco, per ottenere un grigio di fusione p al quale partecipano in parti uguali p_1 e p_2 si costruirà un disco di Maxwell diviso in due metà, su una delle quali sarà posto p_1 e sull'altra p_2 . Quindi su 180° la quota di bianco sarà di 45° per p_1 e di 130° per p_2 , cioè ci saranno complessivamente 175° di bianco, che equivale alla media aritmetica $\frac{90+260}{2}$ dei gradi di bianco di p_1 e di p_2 .

intende riferire alle tone di chiaroscuro ai colori

Definito quantitativamente il processo di fusione, si può passare a definire la scissione cromatica nella trasparenza fenomenica, limitatamente ai casi in cui i due colori di scissione sono due grigi, nel senso che i due grigi di scissione dovrebbero essere tali che la media aritmetica delle loro albedo p_1 e p_2 corrisponda alla albedo del grigio di stimolazione p .

Ma siccome non vi è ragione di ritenere che la scissione cromatica debba avvenire in modo che le due superfici vi partecipino in misura uguale, la formula che esprime la relazione fra i colori di scissione e il colore "di stimolazione" dovrà tener conto di tale indeterminazione, in quanto è possibile che il colore vada a saturare in prevalenza la superficie trasparente, o la superficie vista per trasparenza. La formula da adottare è dunque

$$p = \frac{mp_1 + np_2}{m + n}$$

in cui m ed n sono due indici di peso che stanno ad indicare in quale misura p si suddivide fra p_1 e p_2 . Ma la stessa formula si può esprimere, molto più semplicemente nella forma

$$p = \alpha p_1 + (1 - \alpha) p_2$$

in cui α è un indice che va da 0 a 1 (1).

(1) Infatti $\frac{mp_1 + np_2}{m + n} = \frac{m}{m + n} p_1 + \frac{n}{m + n} p_2$, ma $\frac{m}{m + n} + \frac{n}{m + n} = 1$ e quindi si può usare l'espressione equivalente

$$\frac{m}{m + n} p_1 + (1 - \frac{m}{m + n}) p_2 \text{ e definendo } \alpha = \frac{m}{m + n}$$

si arriva all'espressione indicata.

Si è ottenuta così, traendo le conseguenze dall'ipotesi di Koffka-Heider, un'espressione algebrica atta a esprimere quantitativamente il fenomeno della scissione cromatica che sta alla base dell'impressione di trasparenza.

3. Consideriamo ora l'equazione così ottenuta alla luce del fenomeno della trasparenza per vedere come essa rispecchi i caratteri essenziali del fenomeno. I due oggetti, quello trasparente e quello visto per trasparenza presentano le seguenti qualità.

a) L'oggetto trasparente presenta due caratteri essenziali (1), il colore e la densità (carattere quest'ultimo che è l'inverso della trasparenza).

b) L'oggetto visto per trasparenza presenta pure due caratteri, il colore e la visibilità: l'oggetto può essere chiaramente visibile o appena visibile. Quest'ultimo carattere è particolarmente evidente se una parte di tale oggetto sporge ed è quindi vista non per trasparenza ma direttamente (2).

Consideriamo ora come questi caratteri sono definiti quantitativamente dai termini dell'equazione. Conviene anzitutto stabilire quale dei due termini rappresenti l'oggetto visto per trasparenza e quale l'oggetto trasparente e indicarli con due diversi simboli, a e t : a ^{chiaramore} il colore dell'oggetto visto per trasparenza e t il colore dell'oggetto trasparente. L'equazione assume quindi la forma

$$p = \alpha a + (1 - \alpha)t \quad ((1)) \quad \text{equazione della trasparenza}$$

(1) La fenomenologia dell'oggetto trasparente è molto ricca, come risulta dalle ricerche compiute con l'episcotista (v. in particolare Tudor-Hart, op. cit.).

(2) v. Fig. 36, che viene descritta come una scacchiera ricoperta parzialmente da due rettangoli trasparenti, diversi per densità, cioè per grado di trasparenza. Le parti dei quadrati della scacchiera, viste per trasparenza, sono meno chiaramente visibili attraverso al rettangolo più "denso".

Poichè il primo termine rappresenta l'oggetto visto per trasparenza, il coefficiente α sta ad indicare la visibilità, mentre nel secondo termine, che rappresenta l'oggetto trasparente, il coefficiente $(1 - \alpha)$ ne indica la densità. Siccome $\alpha + (1 - \alpha) = 1$, e non avesse
senso valori negativi né per l'uno né per l'altro dei due coefficienti, tanto che $(1 - \alpha)$ possono assumere soltanto i valori che vanno da 0 a 1, ad un aumento dell'uno corrisponderà una diminuzione dell'altro e viceversa, e se uno dei due assume il valore 1, l'altro avrà il valore 0.

Queste caratteristiche corrispondono perfettamente a quelle dei due coefficienti che devono misurare la visibilità dell'oggetto visto per trasparenza e rispettivamente la densità dell'oggetto trasparente. Infatti quanto maggiore è la densità del colore dell'oggetto trasparente, tanto minore è la visibilità dell'oggetto visto per trasparenza. Se la visibilità è perfetta, cioè l'oggetto visto per trasparenza non si distingue dallo stesso oggetto visto direttamente, la trasparenza dell'oggetto trasparente è perfetta, e quindi la sua densità è nulla: siamo nella situazione in cui $\alpha = 1$ e $(1 - \alpha) = 0$. In questo caso cioè la stimolazione p non dà luogo a una scissione fenomenica, in quanto l'unico oggetto visibile è quello visto per trasparenza. La situazione opposta è quella che si determina quando la densità dell'oggetto "trasparente" è massima, cioè pari a quella di un oggetto opaco, o, in altre parole, non c'è trasparenza. In questo caso l'oggetto "visto per trasparenza" non è per nulla visibile, e tutt'al più, se le condizioni lo richiedono, è presente in forma amodale come lo sfondo nel la comune situazione di figura e sfondo: si avrà dunque $\alpha = 0$ e $(1 - \alpha) = 1$, e anche in questo caso non si determina la scissione fenomenica e la stimolazione p determina la percezione di un unico oggetto non trasparente ma opaco.

Le situazioni di trasparenza sono quelle intermedie fra questi due casi estremi.

Da questa analisi risulta chiaro il significato del coefficiente α : esso cresce col crescere della permeabilità dell'oggetto trasparente; raggiunge il valore massimo, cioè 1, quando la permeabilità è perfetta, per cui l'oggetto trasparente diventa invisibile, ed è zero quando la permeabilità è nulla, e quindi non c'è trasparenza. Esso misura dunque la trasparenza e sarà perciò d'ora innanzi denominato coefficiente di trasparenza.

Questa analisi della relazione fra i caratteri del fenomeno della trasparenza e i termini dell'equazione che definisce quantitativamente tale fenomeno può essere considerata come una ulteriore deduzione della suddetta equazione.

Una terza via per ricavare l'equazione della trasparenza parte dall'analisi delle condizioni di stimolazione. Si considerino le seguenti situazioni :

Situazione 1

La condizione (distale) di stimolazione consiste ~~Dentiamo dell'espressione quantitativa del fenomeno della fusione cromatica (Legge di Talbot)~~ in un disco di Maxwell costituito da due settori grigi (S_1 e S_2) di chiarezza diversa. Assumendo come misure dei grigi dei due settori le rispettive albedo, ed essendo p_1 la albedo del settore S_1 , p_2 la albedo del settore S_2 , p la albedo del ^{circhio}grigio di fusione (ottenuto facendo ruotare ad alta velocità il disco di Maxwell), k la misura del settore S_1 (espressa come proporzione dell'intero disco), $\lambda = 1-k$ la misura del settore S_2 (espressa pure in proporzione dell'intero disco), la relazione fra le albedo dei due settori e la albedo del ^{circhio}grigio di fusione è data dall'espressione algebrica

$$kp_1 + \lambda p_2 = p$$

ovvero

$$kp_1 + (1-k)p_2 = p$$

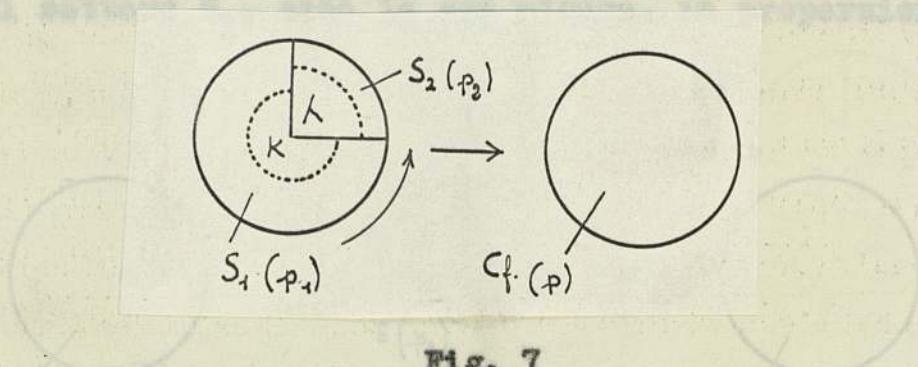


Fig. 7

cioè la albedo del grigio di fusione è la media aritmetica ponderata delle albedo dei due settori, essendo indici ponderali le rispettive ampiezze, espresse in proporzione, dei due settori (Legge di Talbot).

Esempio: $p_1 = .10$ $p_2 = .60$ $k = \frac{270}{360} = .75$ $\lambda = \frac{90}{360} = .25$

$$p = (.75)(.10) + (.25)(.60) = .075 + .15 = .225$$

La albedo del grigio di fusione p sarà pari a .225.

Situazione 2

Consideriamo ora una situazione diversa, una analoga. Un episcotista grigio E ruota a velocità di fusione davanti ad un disco D grigio immobile concentrico, di raggio uguale. La albedo del ^(Fig. 8) disco retrostante immobile è p_1 pari a quella del settore S_1 della situazione precedente, la albedo dell'episcotista è p_2 pari a quella del settore S_2 ; il settore dell'episcotista sottende un angolo

pari a quelle del settore S_2 , cioè la sua misura, espressa come proporzione rispetto ad un angolo di 360° , è λ , e di conseguenza l'apertura dell'episcotista è pari alla misura dell'angolo formato dal settore S_1 , cioè la sua misura, in proporzione, è k .

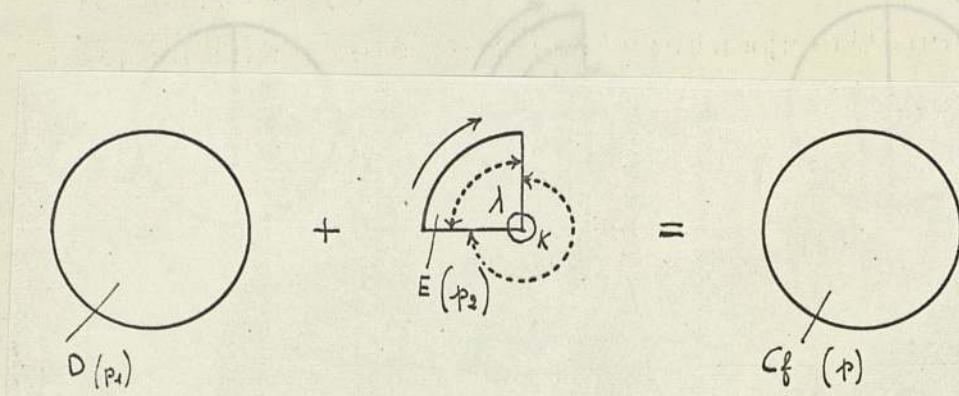


Fig. 8

Seichè in queste condizioni si ha fusione cromatica, e le albedo e le proporzioni delle componenti sono uguali a quelle della precedente situazione, la albedo del grigio di fusione sarà pure p . In altre parole, anche in questa situazione vale la relazione (1). algebrica valida per la situazione precedente.

Situazione 3

Introduciamo ora una ulteriore modifica. Ferma restando l'ampiezza angolare λ e la albedo p_2 dell'episcotista, il disco retrostante concentrico e di raggio uguale D è costituito da due semicerchi (D_1 e D_2), grigi, di chiarezza diversa, di cui uno (D_1) ha, come il disco nella situazione 2 e il settore S_1 nella situazione 1, albedo p_1 , mentre l'altro (D_2) ha albedo p_3 (v. Fig. 9)

In questa situazione si ha pure fusione cromatica, e il risultato della fusione è un disco diviso in due semicerchi di diversa

chiarezza. Quale sarà la albedo del semicerchio di fusione localizzato su D_1 ?

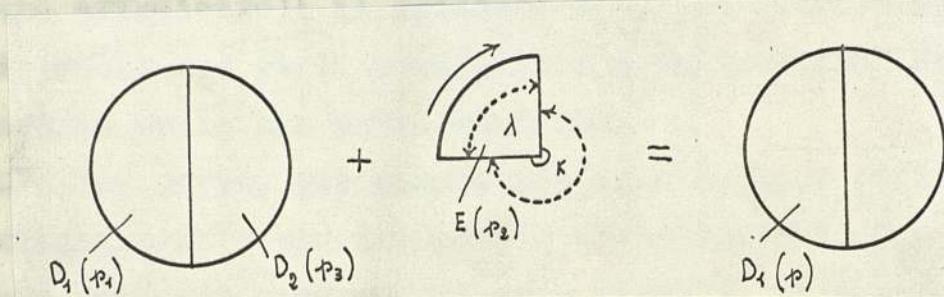
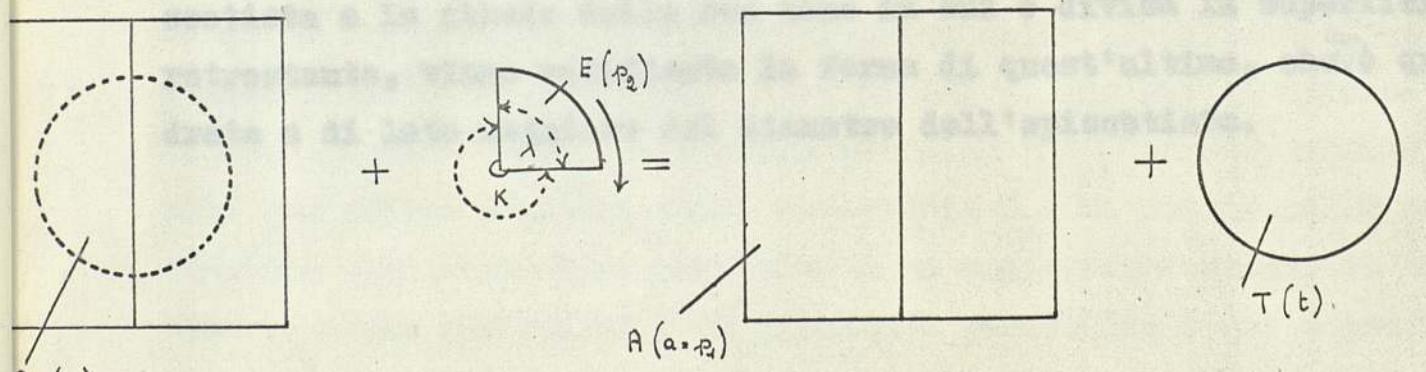


Fig. 9

Tenendo presente che in ogni unità di superficie della zona D_1 è presente per un tempo t_1 la superficie D_1 con albedo p_1 e per un tempo t_2 la superficie E dell'episcotista, con albedo p_2 , e che $t_1 : t_2 = k : \lambda$, si ha come risultato che la albedo del semicerchio di fusione localizzato su D_1 ⁽¹⁾ sarà anche in questo caso pari a $p = kp_1 + (1-k)p_2$, cioè uguale a quella delle situazioni 1 e 2.

Situazione 4

Ferme restando la albedo e la grandezza dei settori dell'epi-



limiti della zona successivamente
ata dall'episcotista

FIG. 10

Fig. 10

Qui ci si limita a considerare il fenomeno relativamente alla zona D_1 .

chiarezza. Quale sarà la albedo del semicerchio di fusione localizzato su D_1 ?

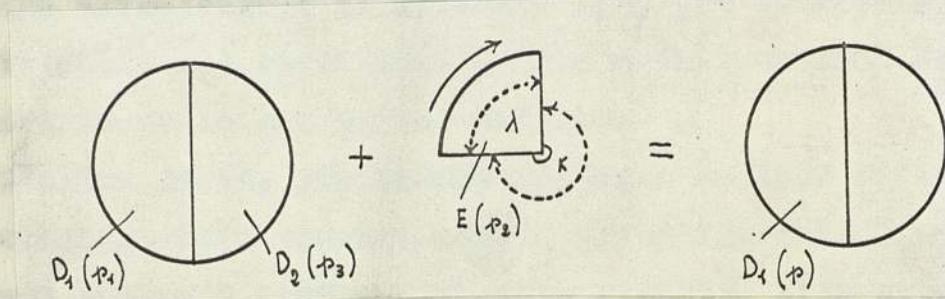


Fig. 9

Tenendo presente che in ogni unità di superficie della zona D_1 è presente per un tempo t_1 la superficie D_1 con albedo p_1 e per un tempo t_2 la superficie E dell'episcotista, con albedo p_2 , e che $t_1 : t_2 = k : \lambda$, si ha come risultato che la albedo del semicerchio di fusione localizzato su D_1 ⁽¹⁾ sarà anche in questo caso pari a $p = kp_1 + (1-k)p_2$, cioè uguale a quella delle situazioni 1 e 2.

Situazione 4

Ferme restando la albedo e la grandezza dei settori dell'episcotista e le albedo delle due zone in cui è divisa la superficie retrostante, viene modificata la forma di quest'ultima, che è ^{qui} quadrata e di lato maggiore del diametro dell'episcotista.

Fig. 10

Qui ci si limita a considerare il fenomeno relativamente alla zona D_1 .

l'identità delle visioni apparenti che duono, l'una la di un cerchio e l'altra il risultato parallelo, è significativa: essa dimostra che l'azione della trasparenza è - corrispondentemente ad un teorema di Kappa-Leder - inversione della legge di Talbot.

In questa situazione il rendimento percettivo si modifica radicalmente: in corrispondenza al cerchio tracciato dall'episcotista ruotante si percepisce una superficie trasparente (^{simile ad} un velo, o ad un vetro affumicato); il quadrato bicolore retrostante è visto direttamente nelle sue parti periferiche, e "attraverso" la superficie trasparente nella sua parte centrale.

D'altra parte, per quanto riguarda la luce riflessa dalla zona semicircolare corrispondente al semicerchio D_1 , la situazione 4 non presenta nessun mutamento rispetto alla situazione 3. Infatti anche in questo caso si ha alternanza di una superficie con albedo p_1 e di una superficie con albedo p_2 , e le durate delle due superfici stanno fra loro nel rapporto in cui stanno le ampiezze delle aperture e dei settori dell'episcotista. Solo che in questo caso ^{al livello fenomenico} non c'è nessuna superficie di fusione a cui corrisponda la albedo p calcolata a mezzo della formula.

Si può tuttavia attribuire un significato a p in termini di stimolazione prossimale.

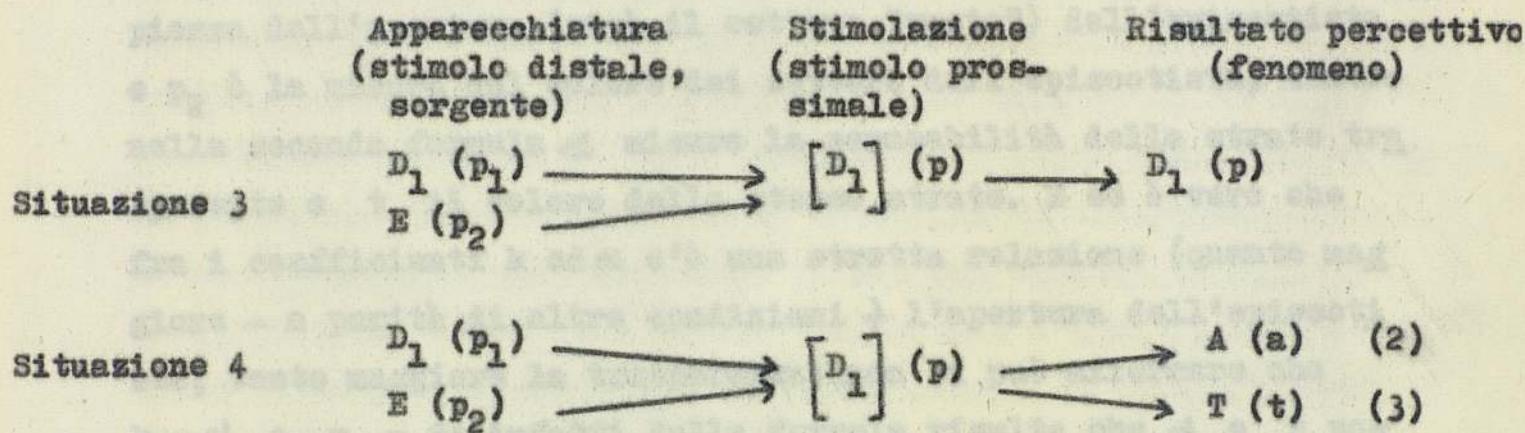
Infatti la regione retinica corrispondente alla proiezione di D_1 è stimolata da un'alternanza rapida di due diverse intensità di stimole, producente un effetto pari alla stimolazione costante proveniente da una superficie di albedo p .

La situazione 3 e la situazione 4 producono dunque per effetto della stimolazione alternata prodotta dalla superficie D_1 con albedo p_1 e dell'episcotista E con albedo p_2 uno stesso effetto di stimolazione $[p]$ sulla zona retinica $[D_1]$ ⁽¹⁾ corrispondente alla proiezione retinica della superficie D_1 . Ma mentre nella situazione 3 il risultato percettivo è un semicerchio grigio di albedo p , nella situazione 4 il risultato percettivo è una superfi-

(1) Il fenomeno, del tutto analogo, che avviene in seguito alla stimolazione delle zone $[D_2]$ sarà preso in considerazione nei paragrafi seguenti.

L'identità delle espressioni algebriche che descrivono l'una la stimolazione distale e l'altra il risultato percettivo, è manifesta: essa sta ad 19. che la formulazione della trasparenza è - corrispondentemente all'ipotesi di Koffka-Kaehler - espressione della legge di Titchener.

cie circolare trasparente attraverso a cui si vede una superficie di albedo p_1 (1) una parte della quale è direttamente visibile. Le due situazioni si possono rappresentare nel modo seguente



Nella situazione 3 la formulazione algebrica esprime in p tanto l'effetto di stimolazione retinica, quanto il risultato fenomenico; nella situazione 4 l'espressione algebrica rimane la stessa solo per quanto riguarda la stimolazione retinica, mentre il risultato percettivo richiede un'espressione più complessa; dalle conclusioni dei precedenti paragrafi appare che il risultato percettivo è descritto da una espressione algebrica che è identica a quella che descrive la sorgente della stimolazione.

Il passaggio si può simboleggiare nel modo seguente

$$(\text{Situazione 4}) \quad k(p_1) + (1-k)p_2 \rightarrow [p] \rightarrow \alpha a + (1-\alpha)t$$

(1) Consideriamo nella descrizione solo metà del quadrato bicolore come avevamo considerato solo il semicerchio D_1 .

(2) Oggetto A visto per trasparenza, di albedo $a = p_1$.

(3) Oggetto trasparente T, di albedo t che può essere, ma non è necessariamente uguale a p_2 .

L'identità delle espressioni algebriche che descrivono, l'una la stimolazione distale e l'altra il risultato percettivo, è significativa: essa sta ad indicare che l'equazione della trasparenza è - corrispondentemente all'ipotesi di Koffka - Heider - espressione della legge di Talbot.

Ma l'effettiva identità delle due formule - a parte la diversità dei simboli - non deve far perdere di vista la diversità dei fatti che vengono descritti sotto l'aspetto di sorgente e sotto quello di fenomeno: infatti nella prima formula k misura l'ampiezza dell'apertura (cioè il settore "vuoto") dell'episcotista e p_2 è la misura del colore dei settori dell'episcotista, mentre nella seconda formula α misura la permeabilità dello strato trasparente e t il colore dello stesso strato. E se è vero che fra i coefficienti k ed α c'è una stretta relazione (quanto maggiore - a parità di altre condizioni → l'apertura dell'episcotista, tanto maggiore la trasparenza) non si può affermare che $k = \alpha$ e $p_2 = t$; infatti dalla formula risulta che α e t possono assumere tutti quei valori che stanno fra loro in una relazione tale da mantenere costante il valore di p (1).

In effetti, le due formule non solo descrivono fatti di natura diversa ma anche di diversa portata. La prima descrive un caso particolare, legato a una particolare tecnica (la tecnica dell'episcotista) per ottenere una costellazione di stimoli tale da determinare il fenomeno della trasparenza; la formula consente di calcolare, e quindi di prevedere, sulla base delle variabili p_1 , p_2 e k , il risultato della stimolazione, p . La seconda formula descrive il fenomeno della trasparenza, a partire dalla stimolazione p , ma prescindendo dalle particolari condizioni che provocano la stimolazione, alle quali non è legata da alcun riferimento. Essa pone il problema in altri termini: calcolare e quindi di prevedere, a partire dalla stimolazione p , le caratteristiche cromatiche (t) e di permeabilità (α) dello strato trasparente.

Ovviamente, la sola condizione p non basta a determinare tali caratteristiche. Si può fare l'ipotesi che il colore a della superficie vista per trasparenza sia pari a quello corrispondente alla stimolazione della zona retinica contigua $[a']$. Ma neppure questa seconda condizione è sufficiente, perché le incognite nell'equazione restano due, α e t . Vi è tuttavia la possibilità di utilizzare il fatto che perché si determini la trasparenza è risultata necessaria la stimolazione differenziata di 4 zone retiniche (v. Situazione 4).

Si deve quindi concludere che la situazione di parallelismo tra sorgente (condizioni che determinano la stimolazione) e feno-
meno, quale si presenta quando la trasparenza fenomenica viene
ottenuta per mezzo dell'episcotista, rappresenta un caso interes-
sante, ma particolarissimo. Un'altra situazione di parallelismo è
quella, comunissima, che si determina per effetto di un mezzo
fisicamente trasparente, cioè permeabile ai raggi luminosi. Vi so-
no però anche situazioni in cui si determina la trasparenza feno-
menica senza che, alla sorgente, vi sia una dualità di oggetti
corrispondenti l'uno allo strato trasparente e l'altro alla super-
ficie vista per trasparenza. E poichè, come si è detto, l'equa-
zione della trasparenza non contiene alcuna indicazione relativa
alle condizioni di stimolazione, essa è applicabile anche a situa-
zioni di questo genere.

5. La tecnica che consente di ottenere la trasparenza fenomenica nel
le condizioni sopra indicate è stata introdotta da W. Metzger (1).
Si tratta di una tecnica estremamente semplice, che consiste nel-
la giustapposizione di superfici di diversa chiarezza, fisicamen-
te opache, e offre la possibilità di variare non soltanto le con-
dizioni cromatiche ma anche le condizioni figurali della stimola-
zione (2).

(1) W. Metzger - Gesetze des Sehens, esp. ^{II Auflage, Frankfurt 1953)} p. 127-131.

(2) Le fig. 2-5 sono esempi di utilizzazione della tecnica sud-
detta. Va notato che la tecnica dell'episcotista lo strato
trasparente è necessariamente circolare, mentre per la tecni-
ca di Metzger non sussiste tale limitazione.

Utilizzando tale tecnica si può riprodurre la situazione 4 ottenendo cioè, con mezzi diversi, una corrispondente stimolazione al livello retinico.

Fig. 11 rappresenta la riproduzione della situazione 4 con la tecnica della giustapposizione di superfici opache. I simboli a, p, q, b indicano le misure dell'albedo delle quattro regioni in cui è suddivisa la predetta configurazione.

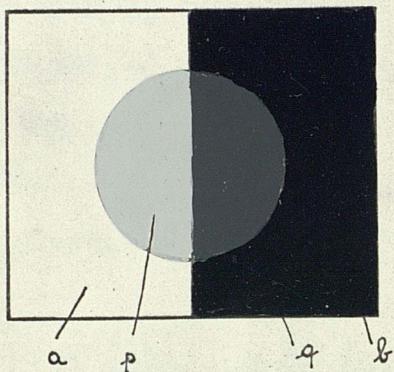


Fig. 11

Mentre i simboli a e p sono uguali a quelli usati per definire i valori di stimolazione delle corrispondenti zone della situazione 4, i simboli q e b sono stati introdotti per analogia, ad indicare i valori di stimolazione delle zone che nella situazione 4 non erano state prese in considerazione.

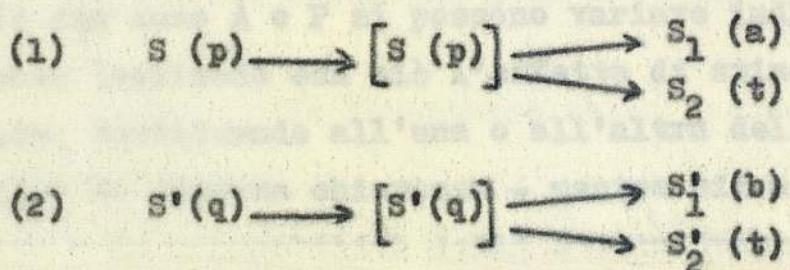
In realtà non è necessario ricorrere alla riproduzione di una situazione realizzata con l'ausilio dell'episcotista, né sotto l'aspetto cromatico né sotto l'aspetto figurale per ottenere la trasparenza fenomenica. Infatti, ^{non soltanto} in Fig. 11, ^{ma anche} in Fig. 12



Fig. 12

si determina una scissione fenomenica analoga a quella che si ottiene con la tecnica dell'episcotista: uno strato trasparente attraverso al quale si vede una superficie di colore diverso. Solo che in queste situazioni le condizioni che determinano la stimolazione retinica si differenziano profondamente da quelle che caratterizzano la tecnica dell'episcotista: qui non ci sono, al livello delle condizioni ~~che determinano la~~ ^{che determinano la} stimolazione, due superfici ~~re~~ ^(Fig. 10) trostanti A e B, come nella situazione ~~di Fig. 4~~, e tuttavia queste superfici si generano anche qui, per effetto dello sdoppiamento fenomenico.

La scissione fenomenica realizzata con la tecnica delle superfici giustapposte si può simboleggiare nel modo seguente:



cioè le due superfici S ed S' di colore p e q (v. Fig. 11) producono le stimolazioni retiniche S(p) ed S'(q) le quali determinano sul piano fenomenico la percezione di due superfici distali ^{vicinanti} S₁ ed S_{1'} di colore a e b e di due superfici prossimali S₂ e S_{2'}, trasparenti, dicolore t (che costituiscono un'unica superficie indivisa).

E' chiaro che la tecnica di Metzger consente di variare indipendentemente le diverse stimolazioni. Si ottengono in tal modo variazioni nel risultato percettivo che vanno dalla opacità totale, corrispondente al costituirsi di una comune struttura di figura e sfondo, attraverso a vari gradi di permeabilità dello strato trasparente, fino alla trasparenza assoluta, e dalla massima chiarezza alla massima oscurità del colore dello strato trasparente.

Le condizioni che determinano queste variazioni fenomeniche (di trasparenza, misurate da t, e di chiarezza, misurate da t') e le loro modalità di azione (le leggi secondo cui agiscono) sono l'oggetto di questo studio.

6. L'indice di trasparenza α cioè la misura della permeabilità dello strato trasparente, e l'indice cromatico t che misura il colore dello strato trasparente sono le misure di due caratteri costitutivi del fenomeno della trasparenza, che definiscono univocamente lo strato trasparente. I suddetti due indici si differenziano dalle altre variabili, a e p , presenti nell'equazione, in quanto rappresentano le variabili dipendenti, mentre a e p rappresentano le variabili indipendenti del fenomeno. Infatti, prendendo in esame la situazione di Fig. 11, che è costituita dalla giustapposizione di quattro superfici di diversa chiarezza, e limitandosi a considerare, come si è fatto in precedenza, soltanto le zone A e P, cioè la metà sinistra della figura, vediamo che i colori delle due zone A e P si possono variare indipendentemente a piacimento (variando con ciò l'effetto di stimolazione retinica) - p.es. sostituendo all'una o all'altra delle due superfici, superfici di diversa chiarezza - mentre ciò non si può fare con il colore e la permeabilità dello strato trasparente, che sono effetti e non condizioni della stimolazione (1).

Resta però stabilito che anche disponendo delle misure a e p , essendo due le incognite, α e t , l'equazione della trasparenza non dà la possibilità di calcolarne il valore (2). Tuttavia

(1) In altre parole, com'è ovvio, le condizioni di stimolazione sono le variabili indipendenti, mentre gli effetti percettivi sono le variabili dipendenti.

(2) Ciò significa che, ferma restando la relazione di Koffka-Heider, per uno stesso valore di stimolazione retinica p , e fermo restando il colore della superficie vista per trasparenza, il colore del velo trasparente non risulta con ciò determinato, ma può variare entro a una gamma più o meno ampia di tonalità di chiaroscuro, purchè vari, in concomitanza, la permeabilità del velo trasparente. E altrettanto vale per la relazio

utilizzando adeguatamente i dati a disposizione si riesce a superare agevolmente anche questo ostacolo.

7. L'indeterminazione dell'equazione della trasparenza si supera considerando che nelle situazioni finora analizzate - p.es. quella di Fig. 11 - ~~non~~ è stata sfruttata soltanto una parte dei dati. La situazione comprende infatti 4 regioni, A, P, Q, B; di queste, la regione P è percepita come una superficie trasparente attraverso la quale si vede una superficie opaca che è la continuazione della zona A, e la regione Q è percepita come una superficie trasparente - che forma una unità percettiva con la superficie trasparente corrispondente a P - attraverso la quale si vede una superficie opaca che è la continuazione della superficie opaca B.

Lo sdoppiamento fenomenico della regione P è stato definito con l'equazione

$$p = \alpha a + (1-\alpha)t$$

In modo strettamente analogo, lo sdoppiamento fenomenico della regione Q sarà definito dall'equazione

$$q = \alpha' b + (1-\alpha')t'$$

ne fra sorgente e stimolazione retinica; si può ottenere lo stesso effetto di stimolazione p, se, fermo restando il colore della superficie opaca retrostante, si varia il colore dei settori dell'episcotista, purchè si varii, concomitamente, l'ampiezza degli stessi settori.

Così ad esempio se la albedo corrispondente alla stimolazione della zona retinica p è .225 e la albedo della superficie retrostante A è .10, si può avere la albedo dello strato trasparente $t = .350$ se $\alpha = .50$, oppure $t = .60$ se $\alpha = .75$. Infatti $.225 = (.50)(.10) + (.50)(.350) = (.75)(.10) + (.25)(.60)$. ~~Ciò non significa che nella situazione descritta da Heider e Koffka il colore e il grado di permeabilità della superficie trasparente non siano determinati. in quella situazione sono presenti altre condizioni, che determinano i valori delle variabili dipendenti.~~

Si tratta ora di stabilire che relazione c'è fra α e α' e fra t e t' , cioè se è legittima l'ipotesi che $\alpha = \alpha'$ e $t = t'$.

A favore di tale ipotesi sta il carattere unitario dell'oggetto trasparente: così (ad esempio) nella situazione 4^{ve} in quella di Fig. 11 l'oggetto trasparente ha forma circolare e non partecipa della relativa dualità della superficie vista per trasparenza (la quale può essere percepita come un quadrato diviso in due parti di diverso colore, o come due rettangoli).

In genere, nelle situazioni naturali di trasparenza (vetro incolore o colorato, smerigliato o affumicato, acqua e altri liquidi, carta trasparente) il materiale trasparente, come oggetto fenomenico, non partecipa delle diversità degli oggetti visti per trasparenza. Vedremo Tuttavia che ci sono delle eccezioni: superfici che acquistano il carattere fenomenico della trasparenza solo in prossimità di un salto qualitativo, differenza di permeabilità nella superficie trasparente quando ciò che è "visto" per trasparenza si differenzia in figura e sfondo. Ciò posto, l'ipotesi, soprattutto per quanto riguarda α è da considerarsi valida soltanto in prima approssimazione, e non se ne può trarre vantaggio nei casi di evidente invalidità.

Accolta, pur con le suddette riserve, l'ipotesi dell'unità dell'oggetto trasparente e della omogeneità del colore e della permeabilità, la seconda equazione diventa:

$$q = \alpha b + (1 - \alpha) t \quad ((2))$$

e con ciò la prima e la seconda equazione costituiscono un sistema di due equazioni a due incognite le cui soluzioni (1) sono

$$\alpha = \frac{p - q}{a - b} \quad ((3))$$

$$t = \frac{qa - pb}{(q+a)-(p+b)} \quad ((4))$$

(1) Per α c'è anche la soluzione $\alpha = 1$, di cui non è difficile dare un'interpretazione: una scissione fenomenica in cui lo strato trasparente è perfettamente trasparente ed è quindi solo virtualmente presente, è sempre possibile.

8. Le due soluzioni - sia la formula dell'indice di trasparenza α , sia quella del colore dello strato trasparente t - sono espresse nei termini di quattro variabili indipendenti, i cui valori possono essere scelti e modificati ad arbitrio.

Prima di procedere all'interpretazione delle due formule è necessario fornire alcune precisazioni circa il significato dei simboli in esse contenuti:

a) Con le lettere A P Q B si indicano quattro regioni o zone relative all'oggetto (empirico) che costituisce lo stimolo distale (cioè la sorgente) della percezione, mentre con le lettere minuscole a p q b si indicano le misure della albedo delle rispettive regioni, cioè i valori che compaiono nelle ^{equazioni} formule.

b) P e Q sono le zone in corrispondenza delle quali si effettua lo sdoppiamento fenomenico: la superficie trasparente ha come margini i limiti di P rispetto ad A e di Q rispetto a B.

P e Q sono dunque riconoscibili soltanto a posteriori, in base al dato fenomenico (in altre parole, soltanto quando si è determinato lo sdoppiamento fenomenico si sa quali zone hanno assunto le funzioni di P e Q) (1).

c) A e B sono due zone contigue l'una alla zona P e l'altra alla zona Q. Al livello fenomenico, quando si determina la trasparenza, A è percepita come la parte direttamente visibile di una regione, A*, una seconda parte della quale si estende a tutta la zona P, ed è vista per trasparenza. Altrettanto vale per B, che è la parte visibile di una regione B*, che si estende a

(1) Questo è un punto importante per la corretta interpretazione del fenomeno: può succedere che il risultato di un esperimento sia contrario alle aspettative, che cioè ^{la} ~~una~~ zona in cui nell'intenzione dello sperimentatore avrebbe dovuto determinarsi la scissione fenomenica assume invece le funzioni delle zone A e B, e viceversa (v. Fig. 33).

È che quindi avrebbero dovuto anumere le funzioni di P e Q.

tutta la zona Q, e per quest'ultima parte è vista per trasparenza. In altre parole, fenomenicamente, A^* è una superficie che sta dietro a P, ma essendo più grande di P, sporge da una parte; ed altrettanto vale per B^* rispetto a Q (v. Fig. 13 e 14).

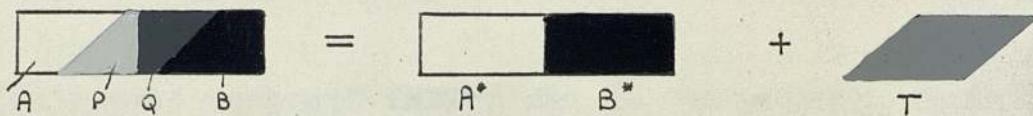


Fig. 13

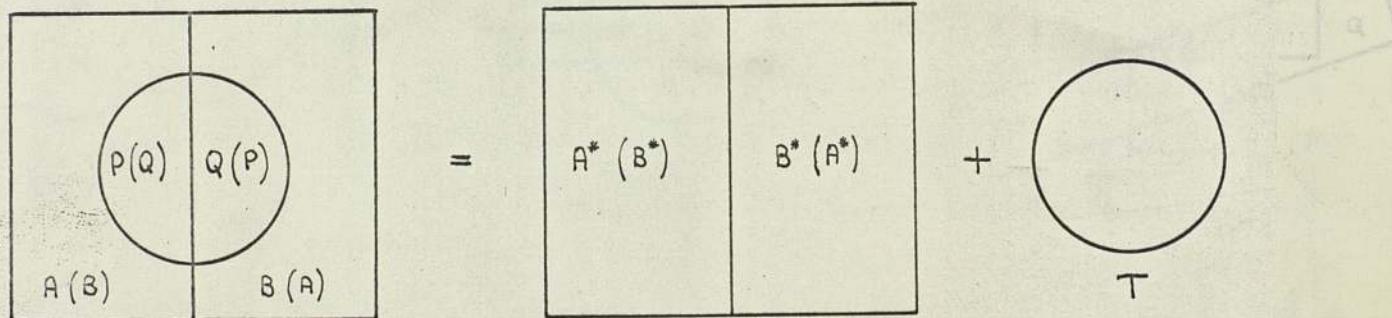


Fig. 14

d) P e Q sono dunque le regioni in cui si produce lo sdoppiamento fenomenico, A la ragione contigua e connessa dalla dinamica del fenomeno alla regione P, B la regione contigua alla regione Q e connessa dinamicamente a quest'ultima.

Non è però stabilito quale delle due regioni in cui si produce lo sdoppiamento fenomenico sia da denominare P e quale Q; ma una volta scelta la denominazione di una delle zone, la deno-

minazione delle altre è rigidamente fissata (1).

Così ad esempio in Fig. 14 si può decidere di denominare P la regione semicircolare a sinistra, e allora i simboli che indicano le altre zone sono necessariamente quelli indicati fuori parentesi; se invece si decide di chiamare la predetta regione Q, i simboli delle altre zone sono quelli indicati fra parentesi nella stessa figura.

Va tenuto presente infine che la trasparenza si determina comunemente in situazioni come quelle di Fig. 15, 16, 17

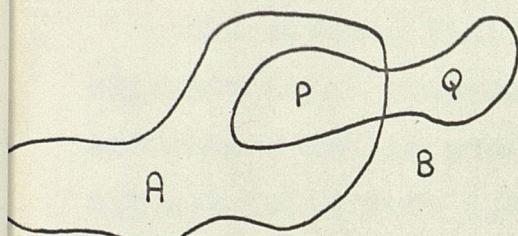


Fig. 15

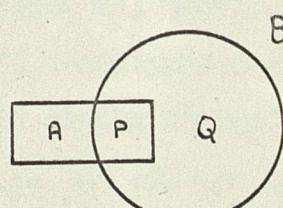


Fig. 16

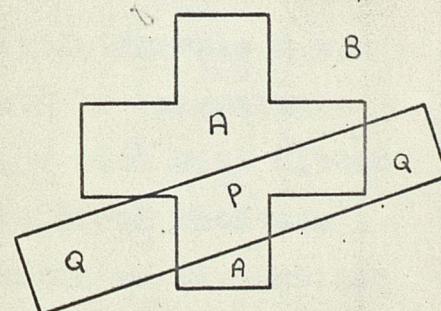


Fig. 17

in cui sembrano essere interessate solo tre regioni. In questi casi però la quarta regione è costituita dallo sfondo, che è visto per trasparenza, oltre che direttamente, ed ha quindi le funzioni della zona B (oppure A, a seconda della denominazione prescelta). Perciò anche queste situazioni rientrano tra quelle "a quattro campi", cioè corrispondenti al modello finora considerato.

(1) Naturalmente, invece di partire da P e Q, si può partire da A e B, cioè dalla denominazione delle regioni contigue a quelle in cui si determina lo sdoppiamento fenomenico; e in tal caso, stabilita quale regione sia denominata A, è rigidamente stabilita la denominazione delle altre tre regioni.

9. Da quanto esposto nei precedenti paragrafi appare chiaro che la trasparenza è un fenomeno di campo basato sull'interazione dei processi originati dalla stimolazione differenziata di più zone retiniche (di regola almeno 4) ed in particolare di zone (A,B) non direttamente interessate allo sdoppiamento fenomenico, ma ⁽¹⁾ contigue a quelle a cui corrisponde lo sdoppiamento fenomenico (P,Q). Ad ogni modo, data l'origine e il contenuto delle formule dell'indice di trasparenza e del colore dello stato trasparente, è chiaro che il loro campo di validità è limitato alle situazioni di trasparenza in cui sono individuabili le quattro regioni A,B,P,Q. Vedremo in seguito come si trasformano le formule se la struttura delle situazioni in cui si determina la trasparenza è diversa.

FIG. 20

Una seconda limitazione all'applicabilità delle formule è costituita dalla presenza di condizioni determinanti la trasparenza estranee a quelle presenti nelle formule stesse, e cioè alle albedo a, p, q, b delle zone A,P,Q,B. E' chiaro che le previsioni ricavate dalle suddette formule hanno piena validità soltanto se le condizioni considerate dalle formule sono le sole condizioni determinanti la trasparenza; se la trasparenza è determinata anche da altre condizioni, dipenderà dalla natura e dal carattere di tali condizioni e dal rapporto in cui esse stanno con le condizioni considerate nell'equazione, se, e con quali limitazioni le previsioni fatte in base alle formule, e cioè tenendo conto delle sole condizioni presenti nelle formule, conservano la loro validità.

Ciò posto appare essenziale, per poter verificare empiricamente la validità delle formule, la ricerca di una situazione in cui la trasparenza sia determinata sostanzialmente dalle condizioni chromatiche delle zone A,P,Q,B.

Dalle ricerche sulla trasparenza fenomenica risulta che una condizione determinante della trasparenza è di natura figurale, consiste cioè nella forma delle zone del campo visivo interessate al fenomeno (2). E' necessario quindi trovare delle situazioni in cui

(1) Nel precedente articolo (Zur Analyse etc.) è stata formulata una teoria della trasparenza fenomenica, fondata sull'interazione dinamica (Teoria dei quattro campi).

(2) v. Metzger, Kanizsa, Metelli, op. cit..

le condizioni figurali siano neutrali o almeno non siano determinanti agli effetti della trasparenza.

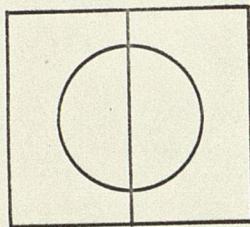


FIG. 18

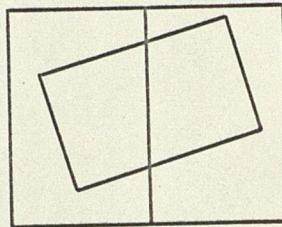


FIG. 19

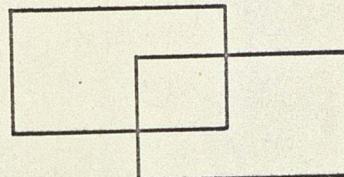


FIG. 20

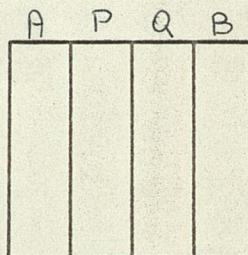


FIG. 21

Impressioni di trasparenza - per quanto meno ricche e forse non del tutto complete - si possono realizzare anche in assenza di differenziazione cromatica fra le diverse regioni, e senza che si produca una scissione cromatica evidente, in figure a tratto.

Così ad esempio, nelle Fig. 18, 19, 20 si determina, in genere, un'impressione di trasparenza: Fig. 18 viene spesso percepita come cerchio attraverso al quale si vede una parte del quadrato diviso in due, retrostante; oppure come un quadrato diviso in due, al di là del quale si vede un cerchio. Analogamente viene

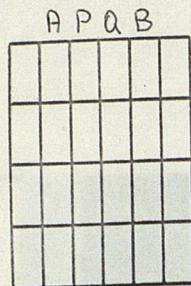


FIG. 22

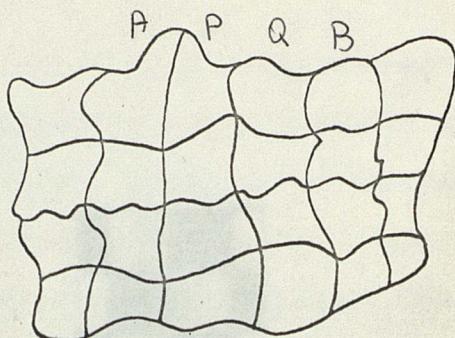


FIG. 23

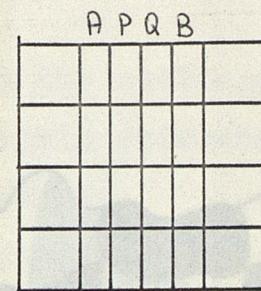


FIG. 24

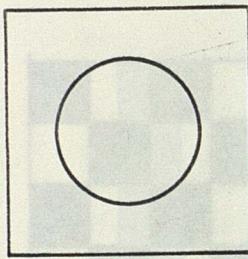


FIG. 25

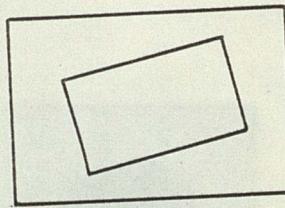


FIG. 26

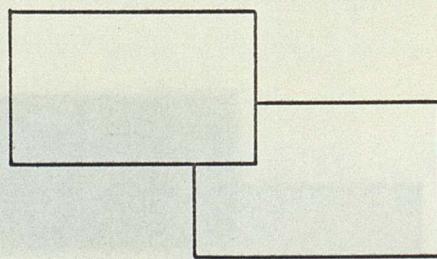


FIG. 27

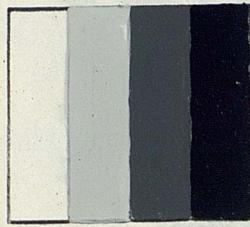


FIG. 21 a

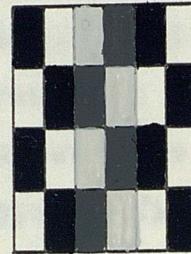


FIG. 22 a

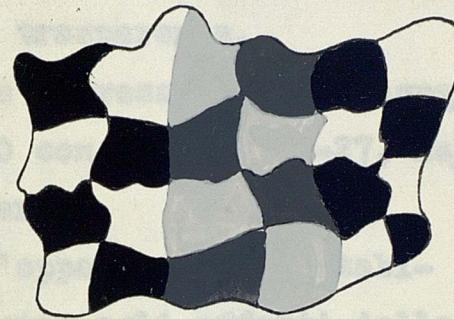


FIG. 23 a

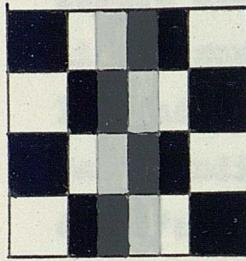


FIG. 24 a

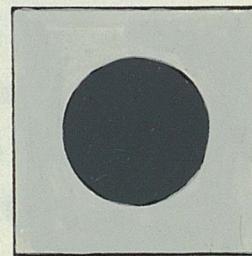


FIG. 25 a

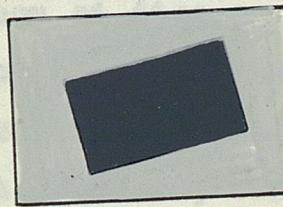


FIG. 26 a

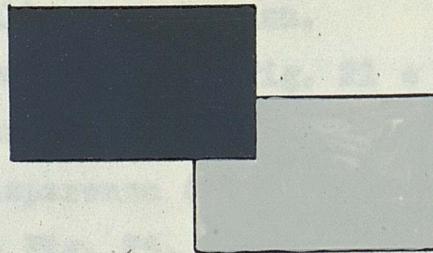


FIG. 27 a

descritta la Fig. 19. Fig. 20 viene descritta come due rettangoli che si sovrappongono in parte; la parte del rettangolo retrostante che è dietro l'altra figura è vista per trasparenza.

Un controllo della genuinità di queste impressioni di trasparenza si ottiene confrontando le Fig. 18-20 con le Fig. 21-27, nelle quali manca ogni impressione di trasparenza.

Quest'ultimo gruppo di figure offre l'opportunità di stabilire quali situazioni sono figuralmente neutre agli effetti della trasparenza.

L'assenza di impressioni di trasparenza per queste gruppe di figure sta infatti ad indicare che in esse le condizioni figurali non sono tali da determinare la trasparenza. Ma il fatto che le condizioni figurali non risultino favorevoli non ci dice se tali condizioni siano neutre o sfavorevoli. Se però introducendo un'altra condizione favorevole alla trasparenza troveremo che in alcune figure si determina la trasparenza e in altre no, sarà giustificata l'ipotesi che mentre nelle ultime le condizioni figurali sono sfavorevoli alla trasparenza, nelle prime le condizioni figurali sono neutrali, o per lo meno non nettamente sfavorevoli alla trasparenza.

Dato che per Fig. 21 e soprattutto per Fig. 22, 23, 24, per una particolare distribuzione delle tonalità di chiaroscuro si ha trasparenza (Fig. 21a, 22a, 23a, 24a) mentre ciò non avviene per le Fig. 25, 26, 27 (Fig. 25a, 26a, 27a) è legittimo considerare neutre le condizioni figurali nel primo gruppo di figure (Fig. 21-24), e perciò ci serviremo soprattutto di questo tipo di figure per studiare l'azione delle condizioni cromatiche.

10. Dalla formula dell'indice di trasparenza

$$\alpha = \frac{p - q}{a - b}$$

si ricavano alcune deduzioni particolarmente importanti.

1. Mentre finchè si consideravano soltanto a e p (oppure b e q) - cioè nelle condizioni primitive di applicazione dell'equazione della trasparenza $p = \alpha a + (1-\alpha)t$ - il grado di trasparenza era indeterminato, con la formula che tiene conto delle caratteristiche cromatiche (tonalità di chiaroscuro misurate in termini di albedo) di tutte e quattro le regioni A, P, Q, B (e naturalmente ferme restando le ipotesi del carattere unitario e omogeneo del lo strato trasparente) il grado di trasparenza (1) è univocamente determinato.

2. Dalla succitata equazione e dalla condizione $0 < \alpha < 1$ (2), cioè dal fatto che l'indice di trasparenza non può essere negativo né superiore a 1 (e, quando si determina la trasparenza, non deve essere uguale a zero né uguale a 1), si deduce

$$p \neq q \quad (5) \quad a \neq b \quad (6) \quad |a-b| > |p-q| \quad (7)$$

$$(a > b) \iff (p > q) \quad (8)$$

$$(a < b) \iff (p < q)$$

(1) A scanso di equivoci è opportuno ricordare che l'indice α misura il grado di trasparenza, cioè il grado di permeabilità fenomenica dello strato trasparente, e non il grado di evidenza o di coercitività con cui si presenta il fenomeno.

(2) E' chiaro che l'indice α non può assumere valori inferiori a zero o superiori a 1, perchè ciò equivarrebbe ad attribuire un valore negativo ad uno dei due termini della scissione cromatica. I valori 0 e 1 sono invece tra quelli che α può assumere e rappresentano rispettivamente il caso della trasparenza nulla e quello della trasparenza perfetta, cioè il caso limite in cui lo strato T , essendo perfettamente trasparente, è invisibile. Tuttavia, trattandosi di dedurre delle inferenze

./.

e cioè

il colore (cioè la albedo) della zona P deve essere diverso da quello della zona Q (altrimenti $\alpha = 0$, e quindi non c'è trasparenza)

il colore (la albedo) della zona A deve essere diverso da quello della zona B (altrimenti $\alpha = \frac{p-q}{0}$)

la differenza di chiarezza fra le zone A e B deve essere maggiore della differenza di chiarezza fra le zone P e Q (altrimenti α è maggiore di 1 o uguale a 1)

se la zona A è più chiara della zona B, la zona P deve essere più chiara della zona Q (e se la zona A è più scura della zona B, la zona P deve essere più scura della zona Q) (altrimenti α è negativo).

Conviene anzitutto precisare il significato e la portata delle predette deduzioni. La formula risolutiva $\alpha = \frac{p-q}{a-b}$ deriva dalle due equazioni della trasparenza riguardanti l'una la scissione del la zona P e l'altra la scissione della zona Q, e dall'ipotesi aggiuntiva che $t = t'$ e $\alpha = \alpha'$. Di conseguenza, dal fatto che α assuma dei valori i quali non rientrano nella gamma di valori che definiscono la trasparenza è legittimo inferire soltanto che il fenomeno della trasparenza così come è stato precisato (1), non può

ze relativamente all'alternativa trasparenza-non trasparenza, è opportuno escludere dal campo di variabilità di α qui considerato, sia il caso $\alpha = 0$, che esclude la trasparenza, sia il caso $\alpha = 1$, che rappresenta l'altra soluzione del sistema di due equazioni a due incognite (di secondo grado), di cui una soluzione è $\alpha = \frac{p-q}{a-b}$. Infatti la trasparenza nel senso di $\alpha = 1$ è sempre possibile (e in realtà sempre presente: noi vediamo ogni oggetto attraverso a uno spazio perfettamente trasparente); ma proprio per questo, questa soluzione va esclusa dai valori di α che si riferiscono al fenomeno studiato qui.

(1) Scissione di ognuna delle due zone contigue P e Q in due strati, di cui quelli superiori trasparenti si unificano in un unico strato omogeneo per colore e grado di trasparenza, mentre lo strato

prodursi.

L'interesse delle deduzioni sta nel fatto che esse rappresentano altrettante condizioni necessarie della trasparenza, dedotte per via algebrica e direttamente verificabili.

a) Per quanto riguarda le due condizioni $a \neq b$ e $p \neq q$ che possono sembrare ovvie in quanto l'uguaglianza di due regioni ridurrebbe il numero delle condizioni da 4 a 3, va notato che invece non sono esclusi i casi $a = p$ (o $b = q$) e $a = q$ (o $b = p$) del primo dei quali è noto che non ostacola la trasparenza (1) né il caso $a = p = q = b$ (trasparenza con esclusione del fattore cromatico, nelle figure a tratto).

A verifica delle due condizioni sudette possono servire la Fig. 28, che realizza la condizione $p = q$ e la Fig. 29, che realizza la condizione $a = b$. Trattandosi di due situazioni in ognuna delle quali viene a mancare una condizione necessaria della trasparenza, non si dovrebbe avere trasparenza né nell'uno né nell'altro caso. Nel primo caso non si ha trasparenza, e si realizza se mai una comune situazione di figura e sfondo. In Fig. 29 e in altre situazioni in cui è presente la condizione $a = b$ (Fig. 29a e 29b), si può avere una particolare forma di trasparenza consistente nello sdoppiamento di una sola delle due regioni P e Q. In questo caso soltanto una delle due zone A e B è vista per trasparenza, mentre l'altra non partecipa in alcun modo al fenomeno; tanto è vero che una delle due zone A e B è vista per trasparenza, mentre l'altra non partecipa in alcun modo al fenomeno; tanto è vero che una delle due zone può essere eliminata, cioè occupata dalla stimolazione omogenea che de-

inferiore opaco della zona P assume il colore della zona contigua A, unificandosi con essa, e lo strato inferiore della zona Q assume il colore della zona contigua B, unificandosi con quest'ultima.

(1) v. Kanizsa, op.cit.

(2) In questo caso non si può ricorrere alla ripetizione della sequenza per righe successive (come in Fig. 28 e 34 e seguenti) ripetizione che rende particolarmente evidente la trasparenza, perché allora si determina la comune sequenza A P Q B con $A \neq B$ (v. Fig. 29a e 29b).

termina lo sfondo, senza che con ciò il fenomeno sia in alcun modo modificato (Fig. 30). Si può dunque concludere che la previsione negativa che è stata dedotta dalla formula dell'indice di trasparenza e che riguarda la scissione fenomenica delle due zone contigue P e Q non è contraddetta dal verificarsi di questo particolare fenomeno (1).

b) La condizione $|a-b| > |p-q|$ definisce il grado di affinità fra i colori delle due regioni P e Q, necessario affinché si costituisca l'unificazione percettiva dello strato trasparente T. La formula sta ad indicare che si tratta di una condizione relativa: i colori di P e Q devono essere più simili tra loro che quelli di A e B (2).

Le situazioni di Fig. 31 e 32 rappresentano una verifica della suddetto condizione $|a-b| > |p-q|$. Infatti in Fig. 31 in cui le due zone interne - che, essendo a contatto, possono assumere la funzione di P e Q - presentano una differenza di albedo minore delle due zone periferiche (le quali assumono quindi le funzioni di A e B) si determina la trasparenza; mentre in Fig. 32 in cui la differenza di albedo è maggiore per le zone interne, non si ha trasparenza.

Tuttavia in Fig. 33 (3), in cui i colori delle rispettive zone,

-
- (1) Questo fenomeno viene esaminato nel § 13B.
 - (2) Va notato che si tratta di differenze di albedo, cioè di differenze di intensità di stimolazione. In altre parole, la differenza di albedo, che è il dato che entra nella formula, non coincide con la differenza fenomenica.
 - (3) Mentre le precedenti figure consistevano nella ripetizione della sequenza critica A P Q B, in questa e in tutte le seguenti figure la suddetta sequenza è preceduta e seguita dall'alternarsi delle zone A B. Tale aggiunta, mentre non è necessaria al realizzarsi del fenomeno, che è determinato esclusivamente dalla sequenza critica, ha il vantaggio di stabilizzare la struttura e di rendere più evidente il fenomeno. Coprendo la parte destra e sinistra delle figure, in modo da lasciare scoperte soltanto le sequenze critiche, si constata che il fenomeno non viene modificato.

interne ed esterne sono quelli di Fig. 32, si ha trasparenza. Va notato tuttavia che in questo caso la presenza della trasparenza non contraddice affatto alla condizione necessaria sopraindicata. Infatti lo strato trasparente è comparso non nella zona centrale ma nelle due zone periferiche; cioè in questo caso le zone periferiche che presentano una minore differenza di albedo hanno assunto le funzioni di P e Q e le zone centrali che presentano una maggiore differenza di albedo hanno assunto le funzioni di A e B (1). Si ha quindi anche in questo caso $|p-q| < |a-b|$ ed è rispettata la ((7)).

c) La condizione $a > b \Leftrightarrow p > q$ ed $a < b \Leftrightarrow p < q$ (condizione che, decidendo di chiamare a la più chiara delle due regioni che non danno luogo allo sdoppiamento fenomenico, si può esprimere semplicemente con $p > q$) è di vasta portata, in quanto da essa discende l'impossibilità della trasparenza per una serie di situazioni e la possibilità della trasparenza per un'altra serie di situazioni.

Situazioni in cui la condizione ((8)) esclude la trasparenza

$$1. q > p > a > b$$

$$2. q > a > p > b$$

$$3. q > a > b > p$$

$$4. a > q > p > b$$

$$5. a > q > b > p$$

$$6. a > b > q > p$$

Situazioni in cui la condizione ((8)) ammette la trasparenza

$$1'. p > q > a > b$$

$$2'. p > a > q > b$$

$$3'. p > a > b > q \quad \text{[esclusa dal la ((7))]}$$

$$4'. a > p > q > b$$

$$5'. a > p > b > q$$

$$6'. a > b > p > q$$

(1) Ciò si è potuto verificare poichè le zone che hanno assunto le funzioni di P e Q sono a contatto fra loro (la zona P di una sequenza è a contatto con la zona Q della sequenza successiva). Si tratta di una condizione (figurale) necessaria della trasparenza (v. Metelli, op.cit.), tanto è vero che in Fig. 32, dove questa condizione manca, le zone esterne non possono assumere le funzioni di P e Q e quindi non si determina la trasparenza.

Ci limitiamo a presentare nelle figure 34 e 35 due situazioni del tutto analoghe, tranne per quanto riguarda la condizione ((8)); in Fig. 34 è rispettata tale condizione, in quanto essendo $a > p > q > b$, mentre nella seconda, essendo $a > q > p > b$, tale condizione non è rispettata. Solo nella prima, cioè in Fig. 34, si ha trasparenza. La verifica è stata eseguita anche per le altre situazioni sopraeleggiate, in cui la ((8)) esclude la trasparenza (1).

d) Va notato infine che la formula consente di fare delle deduzioni relativamente al grado di trasparenza. Infatti se $|p-q|$ è molto minore di $|a-b|$ (cioè se p e q sono molto più simili che a e b), la trasparenza sarà minima (come quella di un fitto velo, o di una nebbia densa), mentre se $|p-q|$ è poco minore di $|a-b|$ si dovrà avere trasparenza massima, simile a quella di una lastra di vetro. (Fig. 36)

La formula del "colore" dello strato trasparente $t = \frac{qa - pb}{(q+a)-(p+b)}$ si presenta più complessa e di non immediata interpretazione. Ma oltre a permettere di calcolare t in termini di albedo, e quindi di controllarlo, riproducendolo con un disegno ^{l'episcotista} di Maxwell costituito da due grigi di albedo nota, la suddetta formula offre la possibilità di dedurre una ulteriore condizione necessaria della trasparenza.

- (1) In nessuna delle situazioni 1-6 si è determinato lo sdoppiamento fenomenico delle due regioni centrali (p, q); ^{ma} mentre nelle situazioni 2, 3, 4, 5 non si determina lo sdoppiamento fenomenico per nessuna delle regioni, nelle situazioni 1, 6 si ha sdoppiamento delle due ultime o delle due prime regioni, producendosi con ciò la sequenza $a > p > q > b$, ^{cioè la sequenza 4'} per la quale $\leftarrow 4'$ è ammesso il fenomeno. Il fenomeno si determina invece nelle situazioni 1'-6' (v. Fig. 36-40), tranne nella 3', che contravviene alla condizione ((7)).

Poichè $(q+a) - (p+b) = (a-b) - (p-q)$, invece di $t = \frac{qa - pb}{(q+a)-(p+b)}$ si può scrivere la formula equivalente $t = \frac{qa - pb}{(a-b)-(p-q)}$. Siccome dalle condizioni necessarie della trasparenza, dedotte nel paragrafo precedente, si deduce $(a-b) > (p-q)$ (1) ed essendo $t \geq 0$ (cioè i valori che t può assumere possono essere soltanto positivi) (2) si ha di conseguenza la ulteriore condizione necessaria della trasparenza $qa > pb$, che conviene esprimere nelle due forme equivalenti

$$\frac{a}{b} > \frac{p}{q} \quad ((9)) \quad \frac{a}{p} > \frac{b}{q} \quad ((9'))$$

Restano infine da segnalare due espressioni algebriche utili per realizzare i due casi estremi $t = 0$ (colore dello strato trasparente: nero) e $t = 1$ (colore dello strato trasparente: bianco).

- (1) $(a-b) > (p-q)$ si deduce dalla ((7)) e dalla ((8)). Infatti $|a-b| > |p-q|$, fissato per convenzione $a > b$, ammette $(a-b) > (p-q)$ oppure $(a-b) > (q-p)$; ma essendo quest'ultimo caso escluso dalla condizione necessaria $a > b \iff p > q$, resta soltanto la prima delle due alternative.
- (2) Va ricordato che mentre $t = 0$ sta ad indicare assenza di trasparenza, $t = 0$ è pienamente compatibile con la trasparenza e sta ad indicare soltanto che il colore dello strato trasparente è nero.
- (3) Come esempi possono valere le Fig. 31, 32, 33, 34. Nelle Fig. 31 e 34 è rispettata non solo la condizione $|a-b| > |p-q|$ ma anche la condizione $\frac{a}{b} > \frac{p}{q}$; in Fig. 32 manca l'una e l'altra condizione, mentre in Fig. 33 le due condizioni sono rispettate soltanto se fungono da P e Q le zone esterne e da A e B le zone interne. Ricorrendo a misurazioni si possono costruire situazioni in cui sia rispettata una sola delle due condizioni sudette.

Dalle due espressioni $\alpha = \frac{p-t}{a-t}$ e $\alpha = \frac{q-t}{b-t}$ si ricava $\frac{p-t}{a-t} = \frac{q-t}{b-t}$. Se $t = 0$, l'espressione si riduce a $\frac{p}{a} = \frac{q}{b}$,

cioè lo strato trasparente è nero solo se il rapporto fra la albedo di p e quella di a è uguale al rapporto fra al albedo di q e quella di b (1). Se $t = 1$ si ha $\frac{p-1}{a-1} = \frac{q-1}{b-1}$ (2).

In generale, l'espressione $\frac{p-t}{a-t} = \frac{q-t}{b-t}$ si può interpretare nel senso che assumendo t come origine delle misure e cioè definendo $\textcircled{a} = a-t$, $\textcircled{b} = b-t$, $\textcircled{p} = p-t$, $\textcircled{q} = q-t$ vale la relazione $\frac{\textcircled{p}}{\textcircled{a}} = \frac{\textcircled{q}}{\textcircled{b}}$.

12. Una serie di deduzioni, relative al colore t dell'oggetto trasparente, si ricavano partendo dalla equazione della trasparenza $\alpha a + (1-\alpha)t = p$.

Risolvendo l'equazione per α si ottiene

$$\alpha = \frac{p-t}{a-t}$$

Se c'è trasparenza, α è maggiore di zero ($\alpha = 0$ si ha quando non c'è trasparenza), e minore di 1 ($\alpha = 1$ quando, essendo perfetta la trasparenza, t scompare). ~~non è più presente come oggetto~~

- (1) Naturalmente devono sussistere tutte le condizioni necessarie alla trasparenza precedentemente enunciate.
- (2) Per realizzare le situazioni $t=0$ e $t=1$ si possono utilizzare le espressioni $qa = pb$ e $(q-1)(a-1) = (p-1)(b-1)$.
- (3) Se $\alpha = 0$ si ha $p = (0)(a) + (1-0)t = t$. In altre parole $p = t$ significa che non si ha la scissione fenomenica di P in A e T . Se $\alpha = 1$ si ha $p = (1)(a) + (1-1)t = a$. E $p = a$ significa che la stimolazione della zona P è data soltanto da a , e T svanisce. Quindi in questo caso la scissione fenomenica è puramente virtuale, in quanto T non è più presente come oggetto percettivo a meno che non abbia un margine di colore diverso, come nelle figure a tratto (condizione che qui non viene presa in considerazione, in quanto riguarda il caso $a = p = q = b$).

Si può dunque porre

$$0 < \alpha < 1$$

Consideriamo anzitutto la prima diseguaglianza, $0 < \alpha$, cioè $\frac{p-t}{a-t} > 0$. Tale condizione implica che il risultato della somma algebrica sia, tanto per il numeratore che per il denominatore positivo, o, tanto per l'uno che per l'altro, negativo.

Si distinguono perciò due possibilità

A.	B.
$(p-t)$ ed $(a-t)$ positivi	$(p-t)$ ed $(a-t)$ negativi
ossia se $(p-t) > 0$, $(a-t) > 0$	ossia se $(p-t) < 0$, $(a-t) < 0$
e quindi se $p > t$, $a > t$	e quindi se $p < t$, $a < t$
cioè $(p > t) \iff (a > t)$ (a)	cioè $(p < t) \iff (a < t)$ (b)

Consideriamo ora l'altra diseguaglianza,

$$\alpha < 1, \text{ cioè } \frac{p-t}{a-t} < 1, \text{ in relazione ai due casi A e B.}$$

A. B.

Siccome $(a-t)$ è positivo, moltiplicando i due membri della diseguaglianza per $(a-t)$, il verso della diseguaglianza non cambia

$$\frac{p-t}{a-t} (a-t) < 1 (a-t)$$

cioè $(p-t) < (a-t)$
e quindi $p < a$ (c)
ed associando (a) e (c)

Siccome $(a-t)$ è negativo, moltiplicando i due membri della diseguaglianza per $(a-t)$, si inverte il verso della diseguaglianza

$$\frac{p-t}{a-t} (a-t) > 1 (a-t)$$

cioè $(p-t) > (a-t)$
e quindi $p > a$ (d)
ed associando (b) e (d)

(1) $a > p > t$ dalla deduzione fin qui finito quanto poteva apparire prevedibile, anche senza ricorrere ad una deduzione rigorosa, che, nella scissione fenomenica se una delle due superfici di scissione è più chiara, l'altra dovrà essere più scura della superficie dalla cui scissione entrambe derivano.

Tenendo presente che, essendo a, p, t tonalità di chiaroscuro espresse in termini di albedo, $>$ significa più chiaro, i risultati dedotti dall'equazione della trasparenza si possono così esprimere: se il colore a della superficie A vista per trasparenza è più chiaro del colore p corrispondente alla stimolazione retinica, allora il colore t dello strato trasparente T sarà più scuro di p (ed anche di a). Se invece a è più scuro di p, t sarà più chiaro di p (e di a) (1).

Le disequazioni dedotte fin qui si possono eviluppare ulteriormente prendendo in considerazione l'equazione della trasparenza relativa allo sdoppiamento della zona Q, e cioè $q = a b + (1-a)t$.

Dall'equazione relativa alle zone A e P si è dedotto

$$a > p > t \quad \text{e} \quad B) \quad t > p > a$$

Dalla equazione relativa alle zone B e Q si deducono, in modo strettamente analogo

$$C) \quad b > q > t \quad \text{e} \quad D) \quad t > q > b$$

Accoppiando a due a due i quattro casi considerati, cioè prendendo in considerazione delle situazioni in cui il dislivello di chiarezza fra le regioni A e P corrisponde al caso A) o al caso B) mentre il dislivello di chiarezza tra le regioni B e Q corrisponde al caso C) o al caso D) si ottengono le seguenti quattro coppie di disequazioni

I

II

III

IV

$$\begin{array}{llll} a > p > t & a > p > t & t > b > a & t > p > a \\ b > q > t & t > q > b & b > q > t & t > q > b \end{array}$$

le quali, combinate fra loro in tutti i modi possibili, danno luogo alle seguenti sequenze:

(1) L'interesse della deduzione è fin qui limitato, in quanto poteva apparire prevedibile, anche senza ricorrere ad una deduzione rigorosa, che, nella scissione fenomenica se una delle due superfici di scissione è più chiara, l'altra dovrà essere più scura della superficie dalla cui scissione ambedue derivano.

I	II	III	IV
1. $a > p > b > q > t$	10. $a > p > t > q > b$	11. $b > q > t, a > p$ (ripete la 10)	12. $t > q > b > p > a$ (ripete la 2Q)
2. $a > p = b > q > t$			13. $t > q > b = p > a$ (" " 19.)
3. $a > b > p > q > t$			14. $t > q > p > b > a$ (" " 18.)
4. $a > b > p = q > t$	(escluso dalla ((5)))		15. $t > q = p > b > a$ (escl.dalla ((5)))
5. $a > b > q > p > t$	(escluso dalla ((8)))		16. $t > p > q > b > a$ (escl.dalla ((8)))
6. $a = b > q > p > t$	(escluso dalla ((6)))		17. $t > p > q > b = a$ (escl.dalla ((6)))
7. $b > a > q > p > t$	(ripete la 3.) (1)		18. $t > p > q > a > b$
8. $b > a = q > p > t$	(ripete la 2.)		19. $t > p > q = a > b$
9. $b > q > a > p > t$	(ripete la 1.)		20. $t > p > a > q > b$

Tenendo conto soltanto delle combinazioni che rispettano le condizioni necessarie della trasparenza, ed escludendo le ripetizioni, risultano definite le seguenti situazioni diverse

- | | | |
|-------------------------|------------------------|-------------------------|
| 1. $a > p > b > q > t$ | 3. $a > p > t > q > b$ | 4. $t > p > a > q > b$ |
| 1A. $a > p = b > q > t$ | | 4A. $t > p > a = q > b$ |
| 2. $a > b > p > q > t$ | | 5. $t > p > q > a > b$ |

in cui si realizza la trasparenza, e che saranno esaminate in questo e nel prossimo paragrafo (2).

(1) Quando si tenga presente che era stato stabilito per convenzione $a > b$.

(2) Le sequenze 1-5 vengono esaminate nel presente paragrafo e le sequenze 1A e 4A nel paragrafo seguente, in quanto presentano la particolarità di avere due zone cromaticamente uguali.

I risultati dello studio delle disequazioni dedotte dalle equazioni della trasparenza si possono così riassumere: l'ordine di chiarezza delle quattro zone A, P, Q, B colloca entro limiti precisi (e quindi permette di prevedere) il grado di chiarezza t (cioè il colore, nella serie bianco-nero) dello strato trasparente. Se l'ordine di chiarezza delle zone A P Q B è $a > b > p > q$ (cioè la zona A è la più chiara e a questa seguono in ordine di chiarezza le zone B, P e Q, di modo che la zona Q è la più scura) il colore della superficie trasparente T è più scuro del colore di tutte le quattro zone (Fig. 37); e altrettanto vale se l'ordine di chiarezza è $a > p > b > q$ (Fig. 38). Se l'ordine di chiarezza è $a > p > q > b$, cioè la zona A è la più chiara, e seguono in ordine decrescente di chiarezza le zone P, Q, B, il colore della superficie trasparente T è intermedio fra il colore della zona P e il colore della zona Q (v. le Fig. 34 e 36). Infine se l'ordine di chiarezza è $p > q > a > b$, cioè P è la zona più chiara, a cui seguono, in ordine decrescente di chiarezza Q, A, B, la superficie trasparente è più chiara della zona P, cioè più chiara di tutte le quattro zone (Fig. 39); e altrettanto vale se l'ordine di chiarezza è $p > a > q > b$, cioè anche in questo caso il grado di chiarezza della superficie trasparente è superiore a quello di tutte le quattro zone (Fig. 40).

Le Fig. 37-40, costruite secondo i predetti schemi, confermano le previsioni. (1)

(1) Va notato che le figure 37 e 38 hanno gli stessi colori (cioè la p del 37 è la b del 38 e viceversa). Dalle due formule risulta che in questo caso il colore (t) dello strato trasparente non cambia, mentre cambia il grado di trasparenza (α).

che, avendo fissato per convenzione a più chiara di b ($a > b$), quando $p > a$ sono uguali le due zone più chiare, mentre quando $q > b$ sono uguali le due zone più scure.

13. Restano da considerare alcuni casi particolari.

A. Mentre dall'equazione dell'indice di trasparenza discendono le condizioni necessarie $p \neq q$ e $a \neq b$ (e cioè la trasparenza non può verificarsi se sono cromaticamente uguali le due zone nelle quali si determina lo sdoppiamento fenomenico, o le due zone nelle quali non si determina lo sdoppiamento fenomenico) non vi è alcuna limitazione per le situazioni in cui sono cromaticamente uguali una zona in cui si determina e una zona in cui non si determina lo sdoppiamento fenomenico, cioè per i casi $p = a$ (oppure $q = b$) o $q = a$ (oppure $p = b$). Nel primo caso le due zone uguali sono confinanti (Fig. 41 e 43), mentre non lo sono nel secondo caso (Fig. 44 e 45).

1. Se $p = a$ (1) (se cioè sono uguali la più chiara delle due zone in cui non si determina la scissione fenomenica, e la zona contigua (Fig. 41), sostituendo p con a nella formula dell'indice di trasparenza si ottiene

$$\alpha = \frac{a-q}{a-b} \quad ((3a))$$

mentre operando la stessa sostituzione nella formula del colore dello strato trasparente

$$t = \frac{qa - pb}{(q+a) - (p+b)} \quad ((4a))$$

(1) Il caso $q=b$ è sostanzialmente uguale, in quanto nell'uno e nell'altro caso sono uguali due zone contigue. L'unica diversità, di cui sarà tenuto conto in seguito, dipende dal fatto che, avendo fissato per convenzione a più chiaro di b ($a > b$), quando $p=a$ sono uguali le due zone più chiare, mentre quando $q=b$ sono uguali le due zone più scure.

si ottiene $t = a$. (1)

Poichè α deve essere maggiore di 0 e minore o uguale a 1 affin
della ⁽³⁾ chè ci sia trasparenza, si deducono le seguenti condizioni necessarie della trasparenza:

$$a \neq q \quad ((5a)) \quad a \neq b \quad ((6a))$$

cioè se tre delle quattro zone sono uguali tra loro non si può avere trasparenza (2)

$$|a - b| > |a - q| \quad ((7a))$$

cioè, come nel caso generale, la differenza (in albedo) fra le due zone in cui non si determina la scissione fenomenica deve essere maggiore della differenza fra le zone in cui si determina la scissione fenomenica; solo che in questo caso una di queste due zone è uguale a una delle due prime (v. fig. 42 che riproduce nella condizione $p = a$, il fenomeno verificatosi nella situazione di fig. 33)

$$\frac{a}{b} > \frac{a}{q} \quad ((9a))$$

cioè la relazione precedentemente enunciata vale, oltre che per le differenze, anche per i rapporti di chiarezza. (3)

$$(a > q) \iff (a > b) \quad (a < q) \iff (a < b) \quad ((8a))$$

Siccome l'ultima di queste due relazioni è esclusa dalla convenzione $a > b$, per cui si è chiamata A la più chiara delle due zone

(1) Di conseguenza, modificando q , b (o l'uno e l'altro), t rimane invariato, e varia soltanto la trasparenza, cioè α .

(2) Costruendo delle figure in cui $a = p$, $p = q$, $q \neq b$, oppure $a = p$, $p \neq q$, $b = a$ si constata che in queste condizioni non si determina la trasparenza.

(3) Dalla relazione ((9')) $\frac{a}{p} > \frac{b}{q}$ si ricava

$$1 > \frac{b}{q} \quad ((9'a))$$

equivalente alla ((9a)), da cui si deduce $q > b$. Se essendo $p = a$ si ha anche $q = b$, $\alpha = 1$ e la presenza dello strato trasparente T è virtuale.

in cui non avviene la scissione fenomenica, conviene scambiare la denominazione delle zone A e B e delle zone P e Q (1) ottenendo la relazione

$$b < p \iff b < a \quad ((8_a))$$

relazione che presuppone che in luogo di $a = p$ si abbia $b = q$, o, in altre parole, che le due zone cromaticamente uguali siano la più scura delle due zone in cui non si determina la scissione fenomenica, e la zona contigua (Fig. 43).

Da queste due relazioni e dalla relazione precedente, che afferma che la differenza fra a e b deve essere maggiore della differenza fra a e q (2), si ricavano le relazioni (3)

$$a > q > b \quad \text{e} \quad a > p > b$$

e, tenuto conto che nella prima delle due si ha $a = p = t$ e nella seconda $b = q = t$, si hanno due alternative

$$(t = p = a) > q > b \quad \text{e} \quad a > p > (b = q = t)$$

Dunque affinchè si determini la trasparenza in questo caso particolare ($a = p$, oppure $q = b$) devono verificarsi le seguenti condizioni:

a) Le due superfici confinanti di colore uguale devono essere o più chiare o più scure delle altre due superfici (e mai di charezza intermedia) (4)

b) il colore della superficie non-identica in cui si determina lo sdoppiamento fenomenico dev'essere intermedio fra i due colori delle altre superfici (5).

(1) Ciò è sempre lecito (v. § 8d)

(2) Oppure, nel caso in cui $q = b$, maggiore della differenza fra a e p

(3) Si tratta sempre di condizioni necessarie, relative, la prima al caso $a = p$ e la seconda al caso $b = q$.

(4) Costruendo una figura in cui $q > a = p > b$ si constata che in queste condizioni non si ha trasparenza.

(5) Infatti in ottemperanza a tale condizione in Fig. 42 il velo trasparente, anzichè prodursi nella zona centrale della figura si produce nelle zone laterali.

Se si determina la trasparenza, il colore dello strato trasparente è uguale al colore delle due superfici cromaticamente uguali, e quindi può essere soltanto o più chiaro o più scuro del colore delle altre due superfici, e mai di colore intermedio (Fig. 41 e 43).

Compiendo la verifica di quest'ultima deduzione, cioè realizzando delle situazioni in cui ^{nono} ~~essendo~~ cromaticamente uguali due superfici contigue (A e P, oppure Q e B) si determina in genere l'impressione che il colore dello strato trasparente non sia uguale a quello della superficie contigua obbiettivamente uguale che non si sdoppia; cioè p.es., se le due zone cromaticamente identiche sono A e P, il colore di T non appare uguale al colore di A (Fig. 41). D'altra parte non è chiaro in che cosa consista tale diversità, che potrebbe risiedere non nel colore, ma nella densità, o concentrazione del colore, che è minore nello strato trasparente. Ad ogni modo va tenuto presente che in questa situazione vi è una condizione in più, ineliminabile, di cui l'equazione non tiene conto, e cioè la linea di separazione fra le due zone cromaticamente uguali, condizione che non è presente quando le quattro zone interessate alla trasparenza sono cromaticamente diverse.

2. Se $q = a$ (1), se cioè le due zone cromaticamente uguali non sono contigue (Fig. 44), operando la sostituzione di a in $\alpha = \frac{p-q}{a-b}$ si ottiene $\alpha = \frac{p-a}{a-b}$ ⁽³⁶⁾, da cui si deducono le seguenti condizioni necessarie della trasparenza

$$a \neq p \quad (5b) \qquad \qquad a \neq b \quad (6b)$$

(1) Anche qui $q = a$ equivale a $p = b$, salvo il fatto che, per convenzione, a è più chiaro di b. Di questa diversità viene tenuto conto quando si considerano le sequenze di chiarezza, omissibili
ma.

cioè, come nel caso precedentemente considerato, se tre delle quattro zone sono tra loro uguali, non vi può essere trasparenza

$$|a - b| > |p - a| \quad ((7b))$$

relazione che non introduce nulla di nuovo rispetto alla ((7a)) e infine

$$(p > a) \Leftrightarrow (a > b) \quad ((8b))$$

$$(p < a) \Leftrightarrow (a < b)$$

di cui la seconda cade essendosi fissato per convenzione $a > b$. Ma conviene prendere in considerazione il caso $p = b$, da cui si ricava

$$(b > q) \Leftrightarrow (a > b) \quad ((8b'))$$

La ((8b)) si può esprimere più semplicemente

$$p > a > b \quad \text{in cui } a = q$$

$$\text{e la } ((8b')) \quad a > b > q, \text{ in cui } b = p$$

cioè, se le due zone a e q sono uguali, si può avere trasparenza soltanto se l'ordine delle chiarezze è $p > a > b$, cioè la zona p (che si scinde fenomenicamente) è la più chiara, a questa seguono per chiarezza le due zone uguali, e ultima, cioè più scura di tutte è la zona b (cioè la zona non uguale, che non si scinde fenomenicamente). Se sono uguali le zone p e b , l'ordine delle chiarezze, necessario affinchè si produca la trasparenza è $a > b > q$.

Sostituendo a e q nell'equazione del colore dello strato trasparente non si determina una semplificazione radicale come nel caso precedentemente considerato.

Infatti

$$t = \frac{qa - pb}{(q+a)-(p+b)} = \frac{a^2 - pb}{2a - (p+b)}$$

da cui si ricava la condizione necessaria $\frac{a}{b} > \frac{p}{a} \quad ((9b))$

e la forma equivalente $\frac{a}{p} > \frac{b}{a} \quad ((9'b))$.

Per stabilire in che relazione stia il colore dello strato trasparente rispetto ai tre colori delle zone-stimolo si deve procedere come al § 12. Ne risulta che nella prima alternativa t è più chiaro di tutte le zone stimolo, e nella seconda, più scuro di tutte, cioè

$$t > p > (a = q) > b$$

$$a > (b = p) > q > t$$

Riassumendo: quando delle quattro zone A, P, Q, B, sono cromaticamente uguali le zone A e Q, oppure le zone B e P, cioè due zone non necessariamente contigue (1), la trasparenza può verificarsi a condizione che

- a) le altre due zone siano cromaticamente diverse dalle due zone uguali per cui non si abbiano tre zone cromaticamente uguali,
- b) le due zone cromaticamente uguali siano di chiarezza intermedia rispetto alle due zone (2).

Inoltre:

1. delle due zone cromaticamente diverse, la scissione fenomenica si verificherà in quella che è meno diversa (3) dalle zone cromaticamente uguali
2. il colore dello strato trasparente sarà o più chiaro o più scuro dei colori delle zone-stimolo; più chiaro se la zona di scissione (P e Q) che non è uguale cromaticamente a nessuna delle altre tre zone, è più chiara delle altre zone (Fig. 44); più scuro se tale zona è più scura di tutte le altre zone (Fig. 45).

(1) Nel tipo di configurazione utilizzata per le verifiche le due zone hanno o nessun punto o soltanto un punto in comune; ma in altri tipi di configurazione la contiguità non è esclusa.

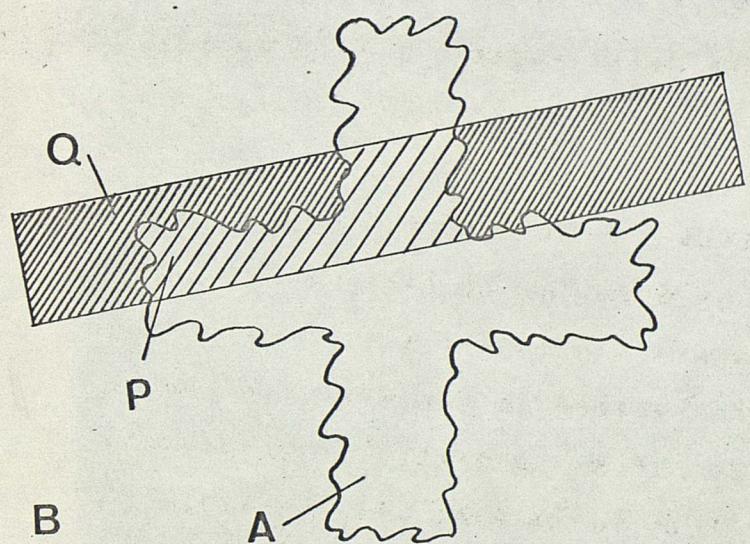
(2) Infatti, in una figura del tutto analoga a Fig. 44 e 45, in cui però le due zone uguali siano o più scure o più chiare delle altre due, non si determina la trasparenza.

(3) In termini di albedo. Anche questa deduzione è stata verificata.

B. Non è del tutto raro il caso in cui la scissione fenomenica si determina parzialmente, cioè investe soltanto una delle due zone P e Q. Ciò può avvenire a) quando $a=b$ (v. Fig. 29 e 46) b) talora nelle situazioni in cui una delle quattro zone, cioè A o B, costituisce lo sfondo (Fig. 47) c) per singoli soggetti anche nelle situazioni figuralmente equilibrate, del tipo di Fig. 21-24, quando l'ordine delle chiarezze è del tipo $P > Q > A > B$ oppure $A > B > P > Q$. (1)

In tutti questi casi le zone interreagenti sono tre, anziché quattro. Le due zone A e P si comportano come nella situazione paradigmatica: la zona P si scinde in uno strato inferiore, di colore a, che si unifica con la zona A e in uno strato superiore trasparente T. La zona contigua alla zona P, che denominiamo N, corrisponde topograficamente alla zona Q, ma non si scinde e forma un tutt'uno con lo strato T, costituendo in tal modo una lamina che è opaca per la parte che insiste sulla zona N e trasparente per la parte che insiste sulla zona P. La zona contigua alla N, che denominiamo M, e corrisponde topograficamente a quella che nella situazione paradigmatica è la zona B, rimane del tutto estranea al processo, tanto che può essere modificata radicalmente ed anche soppressa (cioè sostituita con lo sfondo) senza che il processo che si svolge nelle zone A, P, N ne risenta in alcun modo, a meno che non si attuino le condizioni per la scissione della zona N (1).

(1) Peraltro, se la scissione fenomenica non investe soltanto una delle due zone P e Q, ma le investe entrambe, si ha una situazione del tutto diversa.



(1) In quest'ultimo caso (c) la zona in cui non avviene la scissione fenomenica è più chiara o più scura di tutte e due le zone confinanti (v. Fig. 48).

(2) La nota si trova a pagina seguente.

senza che si produca alcuna modificazione dell'effetto parziale di trasparenza, a meno di attuare le condizioni per la scissione fenomenica della zona N, che in tal caso assume le funzioni di una zona Q (1).

In queste particolari condizioni la scissione cromatica è completamente determinata dai colori delle tre zone predette. Infatti, impostando le due equazioni

$$p = \alpha a + (1 - \alpha) t$$

$$n = \alpha' m + (1 - \alpha') t'$$

e tenendo conto che la zona N non si scinde, e cioè $\alpha' = 0$, la seconda equazione si riduce a

$$n = t'$$

Considerando che, nel caso della trasparenza parziale si costituisce una figura unitaria che comprende le regioni P e N ed è trasparente in corrispondenza alla sola zona P ma cromaticamente unitaria, e quindi

$$t' = t = n$$

sostituendo nella prima equazione il termine noto $n a t$ si ha

$$p = \alpha a + (1 - \alpha) n$$

da cui

$$\alpha = \frac{p - n}{a - n}$$

(2) Perciò il fatto che possa determinarsi una forma parziale di trasparenza quando $a = b$ non è in contraddizione con l'assenza della condizione $a \neq b$. Infatti dalla condizione $a = b$ si deduce soltanto l'impossibilità di quel tipo di scissione fenomenica che investe le zone P e Q, per cui l'una si scinde in due strati di cui quello sottostante fa un tutt'uno con la zona A, e l'altra si scinde ugualmente in due strati, di cui quello sottostante fa parte della zona B. In questo caso una delle due zone esterne rimane estranea al fenomeno, per cui il fatto che una zona A, che rappresenta una condizione del fenomeno, sia uguale a una zona B che non vi partecipa, rappresenta una condizione estranea al fenomeno stesso e quindi anche all'equazione che ne esprime le condizioni.

formula che è identica a quella che si ottiene nel caso studiato al la sezione A_1 del presente paragrafo (quando cioè sono cromaticamente uguali due zone contigue (A e P, oppure B e Q)*. In altre parole, agli effetti della trasparenza nella regione P, la presenza di una zona M contigua alla zona Q è del tutto estranea alla fusione cromatica equivale alla presenza di una zona B cromaticamente uguale alla zona Q (1).

14. Conviene infine prendere in considerazione i casi più complicati, in cui le zone omogenee di diversa chiarezza sono più di quattro.

Consideriamo anzitutto la situazione di Fig. 49 che comprende

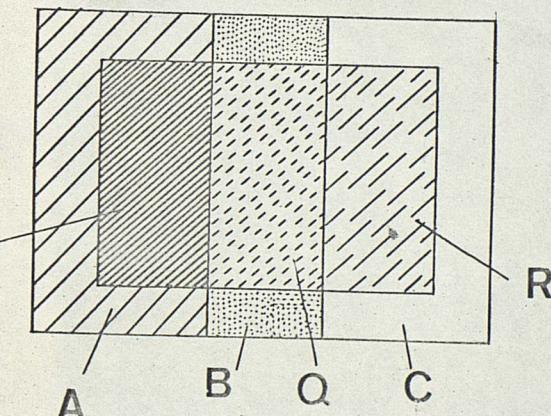


Fig. 49

6 zone, denominate A B C P Q R. Sono state denominate A, B, C, le zone non soggette a sdoppiamento fenomenico, e, P, Q, R le zone soggette a sdoppiamento fenomenico, e la corrispondenza fra le due terne è stata stabilita in modo che, determinandosi lo sdoppiamento fenomenico, la zona P è quella che si suddivide in A e T, la zona Q in B e T, e la zona R in C e T₂ (2).

* Cfr. Fig. 41a e 46.

- (1) È utile ricordare che i due casi differiscono sostanzialmente per un altro aspetto, in quanto nel primo caso la zona Q si scinde in due zone, una trasparente e l'altra opaca, mentre nel secondo caso tale scissione non si determina per la zona omologa n.
- (2) Ciò vale per il caso in cui lo sdoppiamento si determina in modo da costituire una lamina trasparente T unitaria. Va notato tuttavia che nelle situazioni complesse si presenta sempre più di una possibilità.

Si possono pertanto impostare tre equazioni

$$p = \alpha a + (1 - \alpha) t$$

$$q = \alpha' b + (1 - \alpha') t'$$

$$r = \alpha'' c + (1 - \alpha'') t''$$

Nel caso in cui $\alpha = \alpha' = \alpha''$ e $t = t' = t''$, cioè lo strato trasparente risulta omogeneo per colore e trasparenza, il sistema di tre equazioni non determina soltanto α e t , cioè il grado di trasparenza e il colore dello strato trasparente, ma anche uno dei valori a , b , c , p , q , r .

In altre parole, in questa particolare situazione, per ottenere uno strato trasparente omogeneo per trasparenza e colore non basta attenersi alle condizioni necessarie precedentemente determinate ed estensibili a questa situazione, ma scelto a volontà (entro i predetti limiti) il colore di cinque delle zone, il colore della sesta zona è già determinato ed è quello che risulta risolvendo il sistema di equazioni in cui siano poste come incognite α , t , e il colore della predetta zona (1).

Dallo stesso fatto (il sussistere di tre equazioni per la determinazione delle due incognite α e t) si può ricavare un'interessante conseguenza.

(1) Nella situazione paradigmatica di Fig. 11 la scissione fenomenica dà luogo a una superficie trasparente, le cui caratteristiche di densità e di colore sono determinate dai colori delle zone di scissione, e dai colori delle zone confinanti A e B, che determinano i colori delle superfici viste per trasparenza.

(1) Da $\alpha = \frac{p-q}{a-b}$ e $\alpha' = \frac{q-r}{b-c}$ si ricava $\frac{p-q}{a-b} = \frac{q-r}{b-c}$,

equazione che si può risolvere assumendo come incognita una qualsiasi delle 6 variabili. E altrettanto si può fare per

$$\alpha = \frac{ap - bq}{(a+p)-(b+q)} \quad \text{e} \quad \alpha' = \frac{bq - cr}{(b+q)-(c+r)}.$$

Va notato che a e b rappresentano sia le stimolazioni necessarie affinchè si determini la trasparenza, sia i dati necessari per prevederne le caratteristiche. Se la situazione è tale che manca uno di questi dati (Fig. 50 e 51), il sistema di equazioni diventa indeterminato e non si determina la trasparenza (1). Infatti, per es. nel caso di Fig. 51, mentre è presente come dato a, cioè il colore che nel caso in cui si realizzasse la trasparenza si dovrebbe vedere attraverso alla zona circolare P, manca b, cioè il colore che si dovrebbe vedere attraverso alla zona triangolare Q; in questo caso dunque le due equazioni hanno tre incognite, α , t , b , e il sistema è indeterminato (2).

In situazioni più complesse, definite da un maggior numero di equazioni, non è più necessario che siano presenti tutte quelle zone, le quali - come le zone A e B nella situazione paradigmatica a quattro campi - determinano il colore delle superfici viste per trasparenza, poichè nelle situazioni a 6 o più campi, uno o più di questi colori risultano determinati dal sistema delle equazioni.

(1) Questo fatto riveste un particolare interesse: la trasparenza si produce soltanto quando le condizioni cromatiche sono tali da determinare esattamente il grado di trasparenza ed i colori dei due strati.

(2) In determinati casi (Fig. 29, 30, 46) si determina la trasparenza parziale, per una sola zona, e, come risulta dal § 13 B a questi effetti il sistema di due equazioni non risulta indeterminato. In altre parole tre zone sono sufficienti per determinare le modalità di scissione fenomenica di una zona, ma non di due. Del fatto che nelle situazioni di Fig. 50 e 51 non si determini il tipo di scissione fenomenica che si determina in Fig. 29, 30 e 46 sono responsabili condizioni figurali, il cui studio esula dalla presente trattazione.

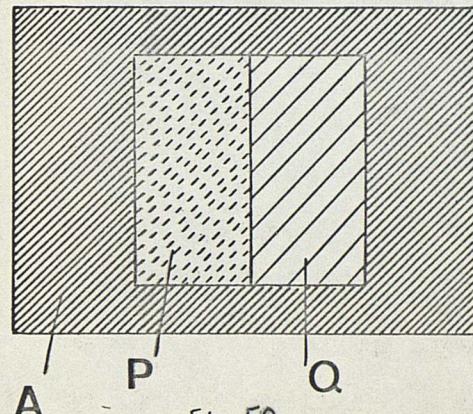


Fig. 50

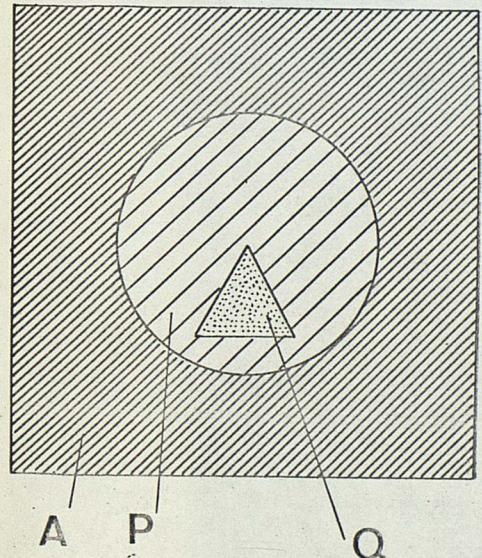


Fig. 51

Così ad esempio, nel caso di Fig. 52 per una delle tre zone di scissione (quella triangolare) non è direttamente visibile il colore che, in caso di scissione, sarà visto per trasparenza; ma tale colore è determinato e può essere calcolato mediante il sistema di tre equazioni che si può impostare in base ai dati a disposizione; e quando in questa situazione si produce la trasparenza è percettivamente definito il colore del triangolo visto per trasparenza. Coll'aumentare della complessità della situazione aumenta il numero delle superfici viste per trasparenza il cui colore è determinato pur senza essere direttamente visibile. Infatti, mentre rimane costante il numero dei parametri della trasparenza, cioè α e t , aumenta progressivamente, con l'aumentare del numero delle equazioni, il numero delle incognite che sono determinate dal sistema.

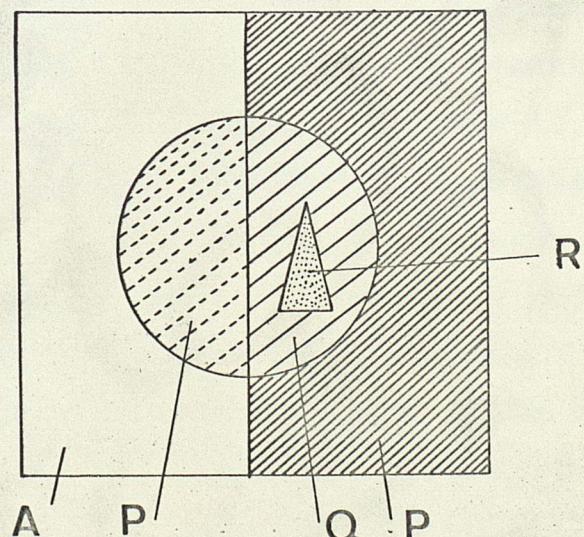


Fig. 52

(1) Infatti se mischiamo la tinta del centro con quella del perimetro

15. Il risultato essenziale di questo studio consiste nella deduzione di un'equazione che esprime la legge della scissione cromatica nel fenomeno della trasparenza. Le formule risolutive per α e t ricavate dalla suddetta equazione hanno consentito di fare una serie di inferenze, cioè di previsioni, le quali verificate hanno fornito altrettante conferme della validità dell'equazione stessa.

Poichè l'equazione è stata dedotta e non ricavata empiricamente, essa è un'equazione teorica, che descrive i fatti come dovuti ad un solo tipo di variabili e prescindendo dalle altre. Essa tiene conto soltanto del grado di chiarezza delle 4 superfici interessate al fenomeno, ma non dell'importantissima condizione costituita dalla forma delle suddette superfici, per cui nella verifica si è fatto il possibile per escludere o perlomeno di pareggiare l'azione di tale fattore, servendosi di situazioni figuralmente neutre e comunque tutte strettamente analoghe dal punto di vista figurale. Ma anche di altri fattori cromatici, come p.es. il contrasto, non tiene conto l'equazione, per cui, a rigore, le previsioni si riferiscono a situazioni astratte, ed in un certo senso irreali. Tuttavia, a parte il fatto che la validità dell'equazione si può verificare in situazioni in cui gli altri fattori hanno scarso rilievo, il vantaggio che essa ha portato è stato quello di precisare le leggi secondo cui agisce il fattore cromatico e di chiarirne l'azione.

L'equazione della trasparenza, cioè della scissione cromatica, letta in senso inverso non è che l'equazione della fusione cromatica, che rappresenta un sistema in equilibrio (1).

(1) Infatti il colore del grigio di fusione p , che risulta dalla miscela di due grigi a e t presi rispettivamente nelle quantità α e $(1-\alpha)$ si ottiene per costruzione, determinando il centro di gravità del sistema ottenuto localizzando a e t sul segmento n^b , i cui punti rappresentano la serie dei gri-

Ma mentre tale equazione consente ~~di~~ calcolare il risultato del la fusione cromatica, essa risulta indeterminata nei riguardi della scissione; constatazione alla quale corrisponde la assenza della scissione fenomenica quando sono interessate soltanto due zone del campo. I parametri del fenomeno risultano invece univocamente determinati dal sistema ~~di~~ ^{due} equazioni che si possono impostare quando sono ^{almeno} in gioco ^{di cui due sono sede di una scissione fenomenica} quattro regioni, ⁽¹⁾. Le due soluzioni del sistema, per d'è per t mostrano che tutte e quattro le regioni interreagiscono nel determinare il fenomeno. Si tratta dunque di una forma di equilibrio più complessa di quella che determina la fusione cromatica; ^{nel fenomeno della trasparenza} nella quale ogni variazione cromatica in una delle quattro regioni produce uno spostamento e una modificazione nel risultato di insieme ^{del} ⁽²⁾.

In particolare, la formula dell'indice di trasparenza, $\alpha = \frac{p-q}{a-b}$ rappresenta il rapporto fra due dislivelli: il dislivello di chiarezza fra le due regioni che si scindono e il dislivello di chiarezza fra le due regioni che contribuiscono a determinare la scissione. La trasparenza non dipende ^{dunque} dalla chiarezza assoluta delle regioni, ma dal rapporto di due differenze di intensità.

gi dal nero al bianco, e applicando ai suddetti punti a e t i pesi d e (1-d). Tale costruzione, che non è altro che l'espressione della formula della fusione ~~e quindi anche della scissione~~ cromatica in termini di meccanica, risale a Newton. (v. W. Ostwald: Welche Fortschritte hat die neue Farbenlehre gebracht? in Zeitschrift für Elektrochemie und angewandte physikalische Chemie, Bd. 28 (1922) pp. 398 e seg.).

(1) Un'eccezione è considerata al paragrafo sola regione (v. § 3B).

(2) In altre parole, modificando a, o b, si modifica la scissione di p e q.

Anche la formula del colore dello strato trasparente

$$t = \frac{aq - bp}{(a+q)-(b+p)}$$

ha formalmente la stessa composizione, ^{cioè} consiste anch'essa nel rapporto fra due dislivelli; solo che non si tratta di differenze di chiarezza fra regioni del campo, ma fra grandezze che implicano a loro volta relazioni fra le regioni e quindi per la loro complessità si sottraggono ad una concreta interpretazione. Ma la relazione $\frac{p-t}{q-t} = \frac{a-t}{b-t}$ ^{equivalente alla formula sopracitata} sta ad indicare che t è un punto di equilibrio tale che i dislivelli di chiarezza delle quattro regioni rispetto ad esso sono tra loro in una semplice relazione di proporzionalità.

La relazione di invarianza, espressa dall'equazione della trasparenza $P = da + (1-d)t$ si differenzia da quella ipotizzata da Koffka e Heider, non tanto per la maggiore complessità - i due autori non avevano inteso proporre una vera e propria espressione algebrica - quanto per la presenza di una ulteriore variabile, il grado di trasparenza ^{che è in} ~~con cui~~ ^{con il colore} sussiste un rapporto di interdipendenza. Infatti il colore del velo trasparente t può variare, fermi restando i valori dello strato opaco a, e del colore di riduzione (o di stimolazione) p: fissati i colori di P e di A, il colore di T è ancora indeterminato, poiché può variare se nel contempo varia il grado di trasparenza, cioè il coefficiente d.
^{E' ad ogni modo pienamente confermato}
~~A parte questo particolare, resta però stabilito l'assunto~~
generale che i colori di scissione, quello dell'oggetto trasparente e quello dell'oggetto visto per trasparenza, sono determinati dalle condizioni del campo. Infatti, i colori delle quattro regioni (1) interessate nel fenomeno determinano completamente non solo il colore ma anche il grado di trasparenza dell'oggetto

(1) Consideriamo qui il caso più semplice.

trasparente.

~~Come è stato detto all'inizio, L'equazione della trasparenza e le inferenze che ne sono state dedotte direttamente o indirettamente si riferiscono esclusivamente ad una costellazione di stimoli acromatici.~~ L'impostazione di una equazione della trasparenza con tonalità cromatiche è reso difficile dalla complessità dei parametri. Mentre una tonalità acromatica è rappresentata univocamente da un numero, per esprimere univocamente una tonalità cromatica occorre una terna di numeri. Vi è inoltre l'ulteriore complicazione che nel processo della fusione cromatica (che costituisce il modello della scissione cromatica) oltre a modificarsi la tonalità cromatica si ha una regressione (estrema nel caso della fusione di due colori antagonistici) della cromaticità, cioè una diminuzione della saturazione.

Tutto ciò ^{complica necessariamente} ~~rischia di complicare~~ l'equazione e le formule ^{col rischio di} risolutive ~~al punto da~~ renderne oscuro il significato. Perciò era opportuno iniziare lo studio dalle condizioni più semplici, costituite dalle costellazioni acromatiche di stimolazione. Ma non sembrano esserci ostacoli di principio ad una formulazione generale che comprenda, come caso particolare ^{oltre} ~~amente~~ ~~completo~~, la trasparenza con superfici acromatiche.

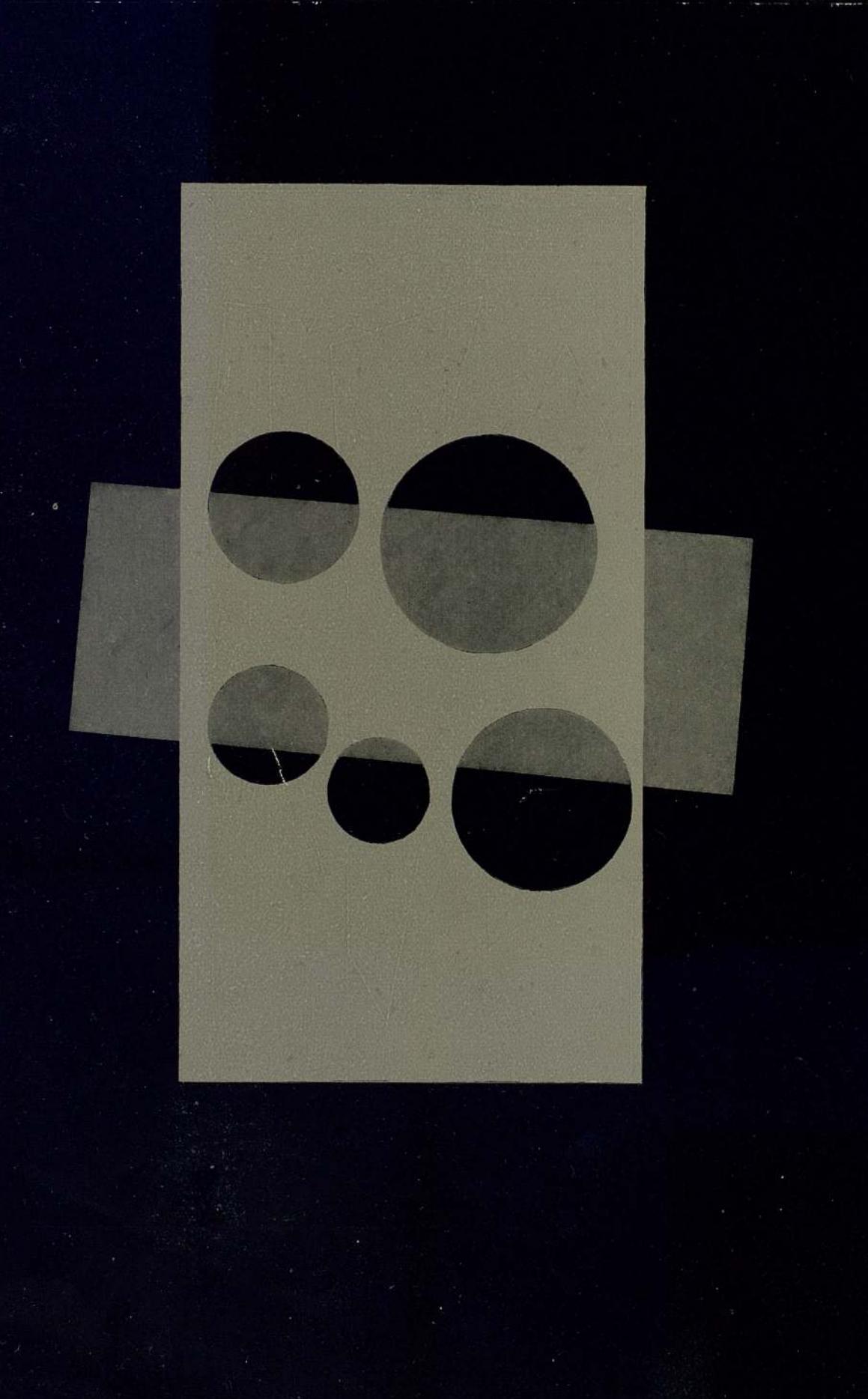


FIG. 2 *Una superficie opaca percepita come trasparente.*
La zona grigia sia costituita da un cartoncino perfettamente opaco incastrato tra due pezzi di cartoncino nero. (da W. METZGER).

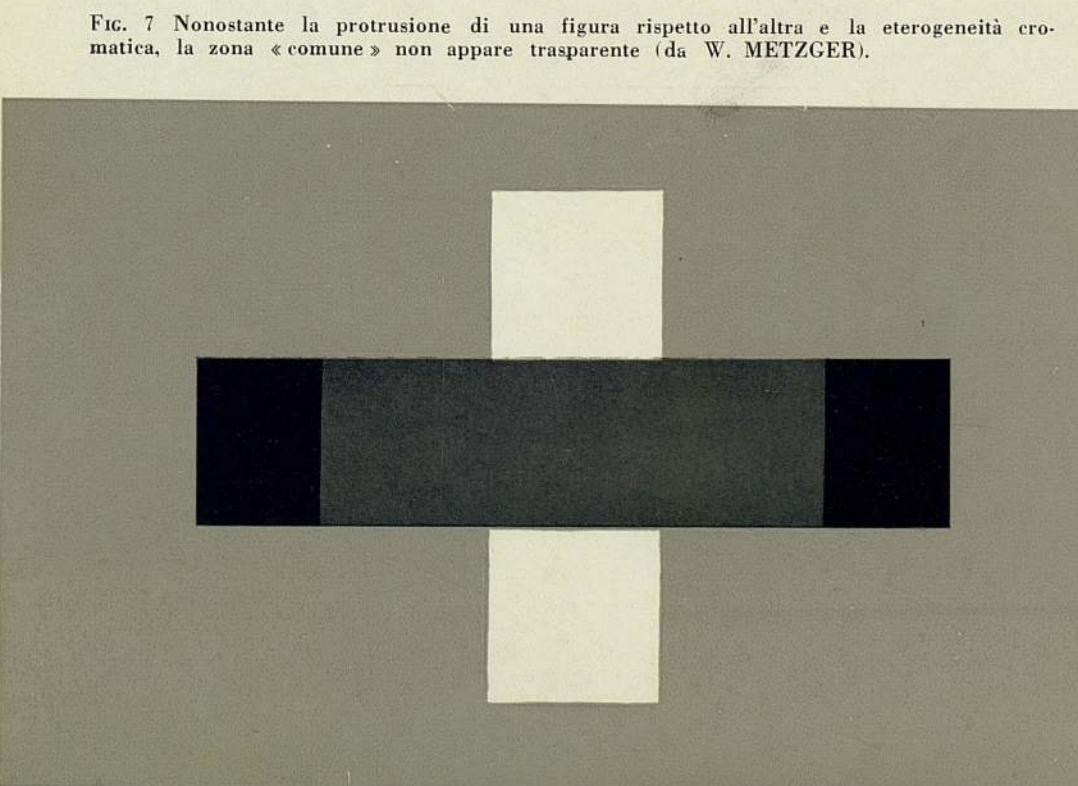


FIG. 7 Nonostante la proiezione di una figura rispetto all'altra e la eterogeneità cromatica, la zona «comune» non appare trasparente (da W. METZGER).

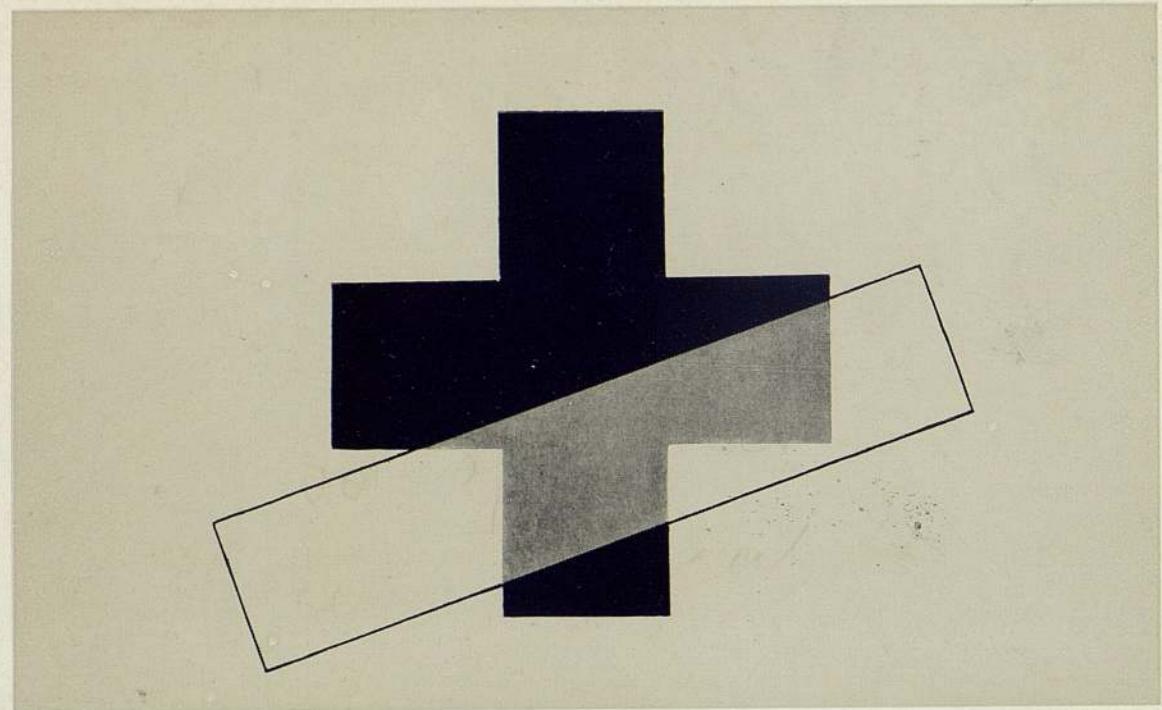


FIG. 9 e 10' Anche per la zona di sovrapposizione tra la figura superiore e lo sfondo avviene la scissione cromatica.

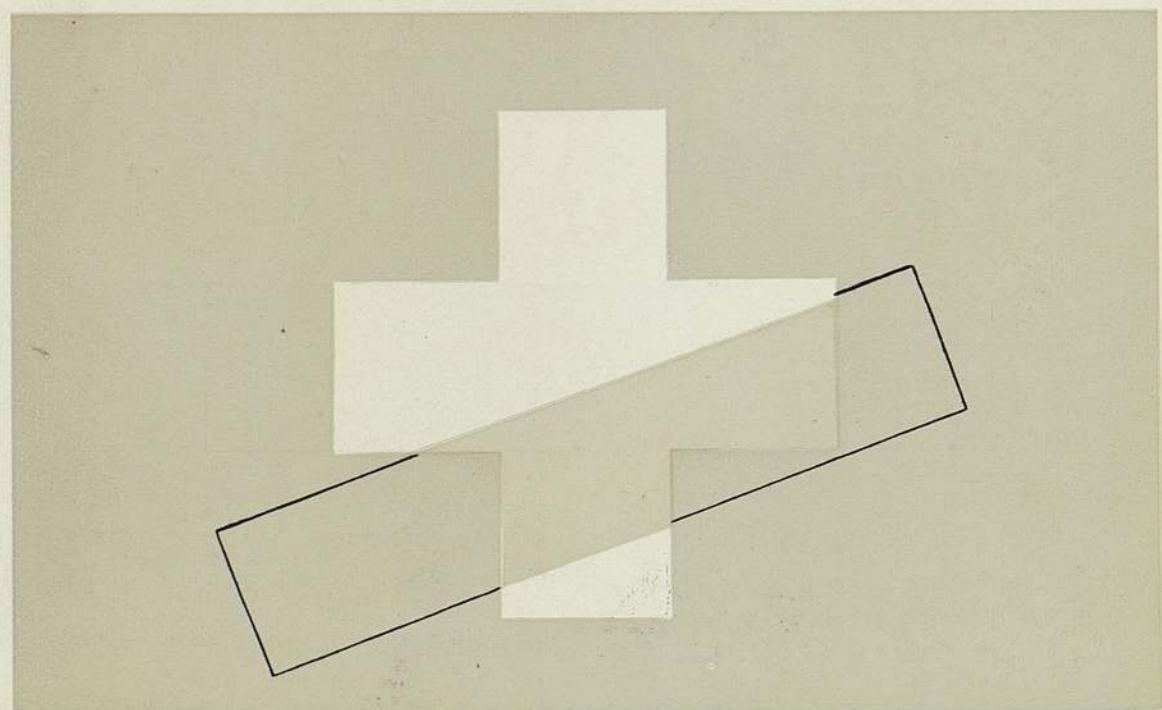


FIG. 11 La pellicola trasparente copre anche una parte dello sfondo.

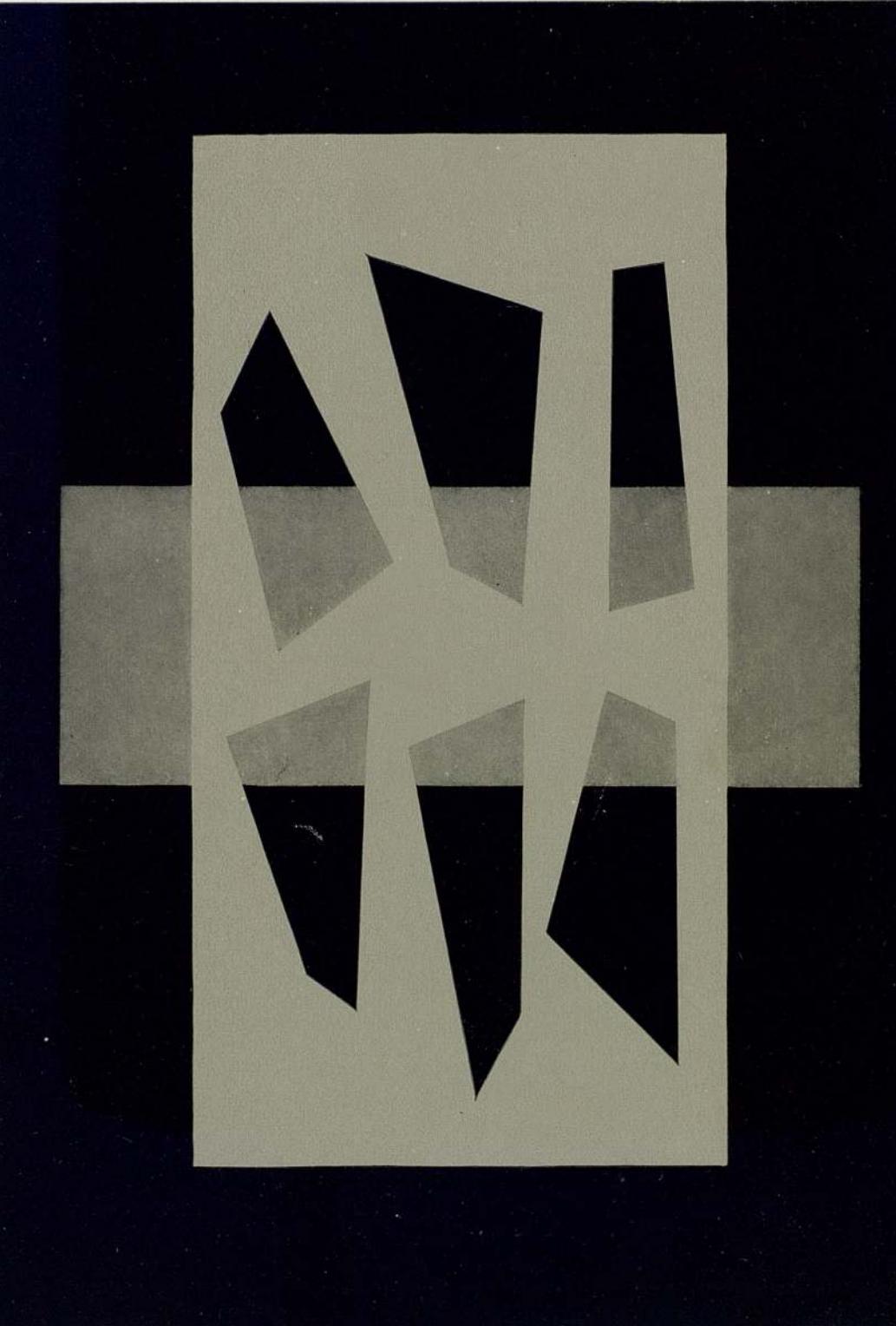


FIG. 12 Ad una differente organizzazione tridimensionale di uno stesso complesso di stimoli corrisponde un diverso rendimento cromatico.
Se si allontana lo schermo si facilita una organizzazione tridimensionale senza trasparenza: su uno sfondo nero, un rettangolo grigio scuro e, davanti a quest'ultimo, una «maschera» chiara con buchi attraverso i quali si scorgono parti dello sfondo nero e parti del rettangolo grigio scuro.
In tal caso scompare il «velo» trasparente e con esso la diversità di chiarezza tra zone ad eguale stimolazione.

Prima esposizione

Condizioni cromatiche

Dall'analisi delle condizioni figurali della trasparenza è risultato che le tendenze unificatrici contrastanti che stanno alla base del fenomeno possono essere messe in azione anche dalle sole condizioni cromatiche quando le condizioni figurali sono neutre, cioè non favoriscono né ostacolano i processi di unificazione. È risultato inoltre che la scissione fenomenica che costituisce l'aspetto più tipico del fenomeno, è legata alle condizioni cromatiche.

Ne derivano due problemi: a) secondo quale legge si determina la scissione cromatica? b) quali sono le condizioni cromatiche necessarie perchè si determini la trasparenza?

a) Il problema della scissione cromatica è stato affrontato per la prima volta ~~in una sperimentazione particolarmente fruttuosa (oltre la giusta)~~ da G. Heider ~~in collaborazione con~~ Koffka. Secondo la teoria enunciata dai suddetti autori, se una superficie si scinde in due superfici viste una dietro l'altra (per trasparenza), il rapporto fra i colori delle due superfici di scissione e il colore della superficie originaria è rigidamente stabilito dalla legge sulla fusione cromatica (Legge di Talbot). I due colori percepiti nelle due superfici di scissione ~~saranno~~ ^{sono cioè} tali che fusi con un apparecchio a rotazione danno come colore di fusione il colore della superficie originaria.

Il problema dal quale erano partiti Koffka e Heider era il seguente: Un episcotista azzurro (cioè un disco rotante azzurro con un settore mancante) ruota davanti a una figura gialla su uno sfondo nero, essendo la figura completamente coperta dall'episcotista, mentre lo sfondo ne è coperto solo in parte, e essendo l'ampiezza del settore dell'episcotista tale che l'azzurro dell'epi-

scotista fuso col giallo della figura dia un grigio neutro (1).
In questa situazione si vede una figura gialla coperta da un velo azzurro. Perchè la figura appare gialla? Non perchè è gialla quando è vista direttamente, (senza l'episcotista); infatti la retina è stimolata dal colore di fusione, che è grigio, e il soggetto non è informato del colore della figura. La spiegazione di Koffka-Heider è che il velo trasparente dell'episcotista, costituendo un oggetto unitario, ha tutto lo stesso colore azzurro, e quindi, essendo grigio il colore di fusione della zona corrispondente alla figura, in base all'equazione giallo + azzurro = grigio, da cui grigio - azzurro = giallo, la figura vista attraverso il velo azzurro dovrà essere di necessità gialla, e di un giallo tale da produrre il grigio se fuso all'azzurro del velo trasparente. In altre parole, il giallo visto per trasparenza non è il giallo della figura originaria, ma il risultato della separazione dell'azzurro dal grigio che rappresenta la stimolazione retinica, risultato che è determinato rigorosamente dalle caratteristiche cromatiche del velo trasparente azzurro. nella situazione considerata

Mentre nelle condizioni sperimentali suddette, in cui le condizioni di partenza sono costituite da un oggetto opaco di colore definito (la figura gialla) e un oggetto trasparente pure di colore definito e variabile a piacere (il velo dell'episcotista) mentre il colore di fusione constatabile per mezzo dello schermo.

(1) Ciò si può controllare usando uno schermo di riduzione, cioè uno schermo con un foro in corrispondenza della figura gialla: in tal caso il colore del foro sarà grigio.

schermo di riduzione è il risultato della sovrapposizione dei due, le conclusioni di Koffka possono apparire artificiose, nelle condizioni sperimentali introdotte da Metzger, in cui il punto di partenza è una superficie (1) di colore definito, mentre, in seguito alla giustapposizione con ~~tre~~ altre superfici, tale superficie si scinde in due superfici sovrapposte di colore diverso; il problema dei caratteri cromatici delle due superfici sovrapposte e delle condizioni che determinano tali caratteri si impone naturalmente. Si tratta anzitutto di stabilire se, tradotta in termini quantitativi, la teoria di Koffka-Heider è controllabile e risulta confermata; come tale teoria si adatti alla teoria dei quattro campi, e cioè al fatto che sono da considerare due sdoppiamenti fenomenici in luogo di uno; come, anche limitatamente agli aspetti considerati da Koffka-Heider, e cioè alla considerazione di una sola zona comune, la teoria tenga conto del fatto che in una situazione di protrusione vicendevole vi è da considerare la tendenza alla unificazione (e quindi dell'eguagliamento) sia della figura trasparente che della figura opaca (che nella situazione considerata da Koffka coincideva con la zona comune).

Per tradurre le condizioni considerate dall'ipotesi di Koffka-Heider in termini quantitativi conviene inizialmente limitarsi a considerare le situazioni in cui tutte le regioni prese in considerazione si presentano in tonalità acromatiche della serie bianco-grigio-nero. ~~mao a (360 - 260)° di nero, cioè un~~

(1) oppure la corrispondente proporzione. Nel primo caso la sequenza di grigi corrisponderà ai numeri 0 - 360, nel secondo caso ai numeri 0 - 1.

grigio 260), per ottenere la fusione si utilizzeranno 180° del
Limitatamente a queste condizioni è possibile tradurre la sequen-
za ordinata dei grigi che vanno dal nero al bianco in termini
quantitativi, facendo corrispondere ad ogni tonalità di grigio
il numero, intero o frazionario, di gradi di bianco b che, fat-
to ruotare in un disco di Maxwell insieme a 360- b gradi di nero,
dà luogo ad una uguale tonalità di grigio di fusione (1).

Ciò posto, possiamo esaminare la possibilità di esprimere
in termini quantitativi la teoria di Koffka-Heider. Come espri-
mere quantitativamente la fusione cromatica fra una superficie
grigia trasparente P_1 e una superficie grigia di chiarezza diversa,
opaca P_2 , vista attraverso la prima? Partiamo dall'ipotesi sem-
plicistica che nella fusione i due grigi partecipano in ugual
misura. In tal caso, secondo la teoria di K-H, il grigio della
zona comune dovrebbe corrispondere al grigio ottenuto facendo
girare un disco di Maxwell costituito per metà dal grigio P_1 e
per metà dal grigio P_2 . Sostituendo poi a ciascuna delle due
metà un settore bianco e un settore nero il cui rapporto ango-
lare sia tale da dare in rotazione un grigio corrispondente, e
sommando i settori bianchi delle due metà, si ottiene l'espres-
sione quantitativa corrispondente al grigio di fusione. Così
ad esempio, se P_1 è un grigio che si ottiene per fusione di 90°
di bianco e (360 - 90)° di nero, (cioè nei termini quantitativi
fissati più sopra, è un grigio 90) e P_2 è un grigio che si ottiene
per fusione da 260° di Bianco e (360 - 260)° di nero, (cioè un

(1) oppure la corrispondente proporzione. Nel primo caso la se-
quenza di grigi corrisponderà ai numeri 0 - 360, nel secondo
caso ai numeri 0 - 1.

grigio 260), per ottenere la fusione si utilizzeranno 180° del disco di fusione per ciascun dei due grigi, cioè per P_1 45° di bianco e $(180 - 45)^\circ$ di nero, e per P_2 130° di bianco e $(180 - 130)^\circ$ di nero, e quindi il colore di fusione avrà $130 + 45 = 175^\circ$ di bianco e $(360 - 175)^\circ$ di nero, cioè sarà un grigio 175. In altre parole $P = \frac{P_1}{2} + \frac{P_2}{2} = \frac{P_1 + P_2}{2}$, cioè il colore di fusione è, anche in termini quantitativi, di tonalità intermedia fra i colori costituenti, cioè è la media aritmetica (e non la somma) dei numeri che rappresentano i colori costituenti.

Tuttavia l'ipotesi che la superficie trasparente P_2 e la superficie opaca retrostante P_1 contribuiscano in misura uguale a costituire il colore di riduzione della superficie P , o rispettivamente che la superficie P suddivida in misura eguale il proprio colore nelle superfici di scissione P_1 e P_2 , non appare ~~insufficientemente~~ fondata. Consideriamo infatti il seguente esempio, che ripete le condizioni dell'esperimento di Koffka-Heider, solo che i colori sono tutti ~~di~~ tonalità di grigio: nero lo sfondo, grigio chiaro la figura, grigio scuro l'episcotista, cioè Sfondo 0, Figura 220, Episcotista 40. Se l'episcotista ha un'apertura di 180° , la fusione avverrà, corrispondentemente all'ipotesi precedente, partecipando in ugual misura il colore dell'episcotista e il colore della figura o rispettivamente dello sfondo, per cui si avranno come colori di riduzione $\frac{0 + 40}{2} = 20$ per lo sfondo e $\frac{220 + 40}{2} = 130$ per la figura. Ma se riduciamo l'apertura dell'episcotista ad $1/4$, in modo che la superficie ruotante dell'episcotista passi da 180 a 270° , la fusione avverrà per misura sono $3/4$ e $1/4$.

(2) Cioè $P = \text{media aritmetica ponderata di } P_1 \text{ e } P_2$

(4) Infatti se $a = b$ significa che P_1 lascia passare per metà la luce riflessa da P_2 , mentre se $a = \frac{1}{4} b$, vuol dire che ne lascia passare solo $\frac{1}{4}$. Quindi il rapporto in cui fondono i due colori misura la $\frac{1}{4}$ trasparenza di P_2 .

Il punto importante è che una volta definita le regole per
 si un colore può essere rappresentato per mezzo di un numero, e
 rà nel rapporto $\frac{1}{4} : \frac{3}{4}$ (1) e si avrà quindi come colore di ri-
 duzione non più $\frac{0+40}{2}$ ma $\frac{1(0)+3(40)}{1+3} = 30$ per lo sfondo e
 $\frac{1(220)+3(40)}{1+3} = 85$ per la figura.

Si ha cioè in generale $P = \frac{aP_1 + bP_2}{a+b}$ (2) in cui i coefficienti ponderati a e b stanno ad indicare la misura nella quale le superfici P_1 e P_2 contribuiscono a determinare il colore di P , viceversa, in che rapporto il colore di P si suddivida nei colori di fusione P_1 e P_2 . Va tenuto presente però che i coefficienti non caratterizzano il colore di P_1 e P_2 , ma una dimensione diversa, cioè la trasparenza, e siccome il colore trasparente è P_2 , conviene modificare la formula per mettere in evidenza questo carattere. Sostituendo ad a e b $\alpha = \frac{a}{a+b}$ e $\beta = \frac{b}{a+b}$ avremo $P = \alpha P_1 + \beta P_2$, e siccome $\alpha + \beta = 1$ potremo scrivere $P = (1-\beta)P_1 + \beta P_2$. (3) oppure $P = \alpha P_1 + (1-\alpha)P_2$

(3) Infatti $\frac{aP_1 + bP_2}{a+b} = \frac{a}{a+b} P_1 + \frac{b}{a+b} P_2$

in cui $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b} = \frac{a+b}{a+b} = 1$

quindi, usando i simboli $\alpha = \frac{a}{a+b}$ e $\beta = \frac{b}{a+b}$ si ha $\alpha + \beta = 1$ e quindi $\alpha = 1 - \beta$

(1) Infatti nella situazione precedente, il singolo elemento retinico veniva stimolato per metà del tempo dalla luce riflessa dalla ~~figura e dallo sfondo~~, e per metà dalla luce riflessa dalla ~~figura e dallo sfondo~~, mentre nella nuova situazione i tempi di stimolazione sono $3/4$ e $1/4$.

(2) Cioè $P =$ media aritmetica ponderata di P_1 e P_2 .

(4) Infatti se $a=b$ significa che P_1 lascia passare per metà la luce riflessa da P_2 , mentre se $a = \frac{1}{4}b$, vuol dire che ne lascia passare solo $\frac{1}{4}$. Quindi il rapporto in cui fondono i due colori misura la $\frac{1}{4}$ trasparenza di P_2 .

Il punto importante è che una volta definite le regole per cui un colore può essere rappresentato per mezzo di un numero, e fissati dei numeri a rappresentare P_1 e P_2 i coefficienti α e β non determinano nè modificano in alcun modo i colori di P_1 e P_2 ma indicano in che modo (in che misura) tali colori vengono a combinarsi nel formare P . Ma che cosa verrà a determinare tale ripartizione, se cioè dei due ingredienti che formano P , sarà utilizzato in maggiore misura P_1 o P_2 ?

Poichè i due colori sono sovrapposti, e P_2 sta sopra P_1 , dipenderà dalle caratteristiche di P_2 se, ed in quale misura, P_1 può passare; ~~ma~~ non dalla qualità di colore di P_2 (1), ma dalla densità o quantità di colore; cioè da un'altra dimensione (2), diversa da quella bianco-nero. E tale dimensione sussiste indipendentemente dal fatto che per ottenere un colore sia stato utilizzato l'episcotista.

Questa particolare dimensione è misurata indifferentemente da uno o dall'altro dei due coefficienti α e β , a seconda che si vuol misurare la proporzione di colore (grado di opacità, coefficiente β) o la proporzione di "nulla" (grado di trasparenza, coefficiente α) che c'è in P_2 .

Infatti se $\alpha = 1$, $\beta = 0$ lo schermo è perfettamente trasparente e non ha colore, e quindi tutto il colore di P deriva da P_1 ; se $\alpha = 0$, $\beta = 1$, lo schermo è opaco e tutto il colore di P deriva da P_2 , cioè si realizza la situazione della presenza amodale: P_1 è percettivamente presente, ma il colore di P va tutto a P_2 , tanto è vero che P non si distingue da P_2 .

(1) Per quanto le due caratteristiche, qualità cromatica e trasparenza non siano del tutto indipendenti (v. Tudor-Hart *Psychology*).

(2) In altre parole, ogni colore della serie bianco-nero dovrebbe essere rappresentato da una coppia di numeri, o da una terna, se si considerano separatamente chiarezza e bianchezza.

La sperimentazione con l'episcotista potrà permettere di studiare gli altri fattori che modificano la trasparenza per uno stesso rapporto di apertura dell'episcotista, consentendo eventualmente di determinare una formula empirica. In queste condizioni la ricerca si svolge partendo da $\alpha P_1 + (1-\alpha)P_2$ in quanto P_1 e P_2 sono i termini noti e P è l'incognita.

Sembra tuttavia molto interessante l'altra direzione di ricerca in cui si parte da P per arrivare a $\alpha P_1 + (1-\alpha)P_2$, in cui cioè ci si chiede quali saranno i colori e quale il grado di trasparenza nella scissione fenomenica di un determinato grigio P .

Va notato che, posta nei termini della formula, la soluzione è indeterminata, poiché lo stesso P si può ottenere a partire da diversi colori (cioè a partire da diversi valori di P_2 , fermo restando P_1 , o da diversi valori di P_1 , fermo restando P_2 , o da diversi valori di P_1 e di P_2) se nel contempo varia il grado di trasparenza.

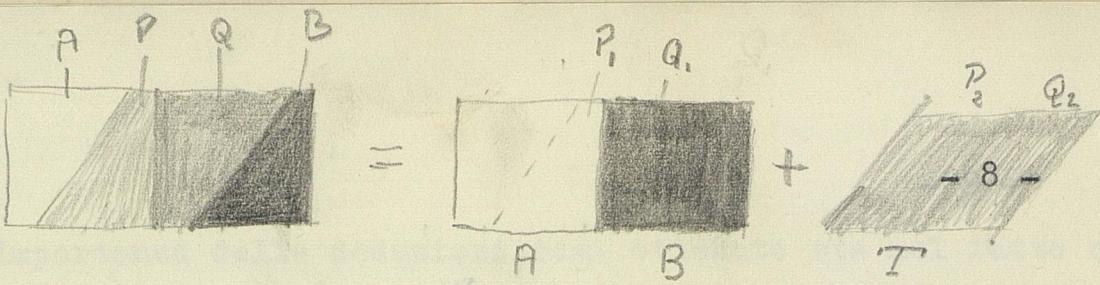
Es. $P = 125 = .25(80) + 0,75(140) = 0,50(80) + 0,50(170)$

Di fronte alle ampie possibilità di variazione dei colori delle due superfici di scissione P_1 e P_2 in concomitanza al grado di trasparenza della superficie anteriore P_2 (fermo restando il colore di P) viene fatto di chiedersi che cosa determini i colori e il grado di trasparenza in ogni caso concreto di scissione fenomenica (1).

Abbiamo veduto che le condizioni "normali" del fenomeno della trasparenza implicano quattro regioni A, P, Q, B. Vediamo di applicare le precedenti deduzioni a una situazione di questo genere, per considerare successivamente il caso particolare considerato da Koffka, in cui sono implicate soltanto tre regioni P, Q, B (2).

(1) E' forse utile anticipare la soluzione proposta per le situazioni paradigmatiche di trasparenza APQB (cioè doppia protrusione); si fa l'ipotesi che i colori delle due superfici di scissione e il grado di trasparenza si determinino in modo che $P_2 = Q_2$, cioè $T_1 = T_2 = T$ (il colore dello schermo trasparente è uguale in tutte le sue parti).

(2) Hoc est in votis: non l'ho fatto ancora.



Quando si determina la trasparenza, si ha scissione fenomenica delle due regioni $P = P_1, P_2$ e $Q = Q_1, Q_2$. Applicando la precedente relazione avremo dunque

$$P = \underbrace{(1-\beta)}_{\alpha} P_1 + \underbrace{\beta P_2}_{(1-\alpha)}$$

$$Q = \underbrace{(1-\delta)}_{\gamma} Q_1 + \underbrace{\delta Q_2}_{(1-\gamma)}$$

in cui P, P_1, P_2, Q, Q_1, Q_2 sono tonalità di grigio espresse quantitativamente col numero dei gradi di bianco necessari per ottenere le suddette tonalità di grigio per fusione col nero, nel disco di Maxwell,

~~per~~ sono le misure dell'opacità di P_2 e di Q_2 , espresse in proporzione della parte colorata dell'episcotista rispetto alla parte colorata. (1) quando si realizza la trasparenza.

$$\text{Ma } P_1 = A \quad Q_1 = B \quad P_2 = Q_2 = T$$

Cioè la scissione fenomenica si determina in quanto le superfici di scissione P_1 e Q_1 si identificano rispettivamente con le regioni A e B , mentre le due superfici di scissione trasparenti P_2 e Q_2 costituiscono un unico oggetto T trasparente di colore uniforme.

Si ha dunque $\alpha = (1-\beta)$

$$P = \underbrace{(1-\beta)}_{\alpha} A + \underbrace{\beta T}_{(1-\alpha)}$$

$$Q = \underbrace{\delta B}_{(1-\gamma)} + \underbrace{(1-\delta)T}_{\gamma T}$$

Il che significa che P si ottiene per fusione da A e T presi nelle proporzioni α e $(1-\alpha)$; analogamente va interpretata l'equazione di Q .

Considerando il fenomeno nella sua forma ottimale, in cui la trasparenza di T è uniforme, cioè $\beta = \delta = \alpha = \gamma$

$$\text{Si ha } P = \underbrace{(1-\beta)}_{\alpha} A + \underbrace{\beta T}_{(1-\alpha)}$$

$$Q = \underbrace{(1-\beta)}_{\alpha} B + \underbrace{\beta T}_{(1-\alpha)}$$

da cui

~~per operare l'operazione inversa~~

- (1) Anche in questo caso, come per le misure dei grigi, si tratta di stabilire l'equivalenza fra la trasparenza percepita e la trasparenza di un episcopista in una ~~situazione~~ situazione standard.

L'importanza delle deduzioni così ottenute sta nel fatto che esse rappresentano direttamente relazioni necessarie della trasparenza, dedotte da relazioni che sono stabilibili sperimentalmente.

Per esempio: $P - (1 - \beta) A = Q - (1 - \beta) B$

Così la relazione $P - A + \beta A = Q - B + \beta B$ dimostra la affinità di P e Q , nonché la tendenza all'unificazione di P e Q , mentre $\beta A - \beta B = Q - B - P + A$ è una relazione di maggiore, o almeno non minore della simmetria fra P e Q , con la relazione $A > B \Rightarrow P > Q$, oppure, più semplicemente, essendo $\alpha = 1 - \beta$, cioè usando l'indice di trasparenza invece dell'indice di opacità

$P - \alpha A = Q - \alpha B$ $P - Q = \alpha A - \alpha B$

da cui $\alpha = \frac{P - Q}{A - B}$ (1)

Da tale equazione si possono ricavare le seguenti deduzioni:

- 1) Fissati A, B, P, Q , il grado di trasparenza è determinato. (Va tenuto presente che l'indice di trasparenza α dà la proporzione di "nulla" che c'è nel colore di T , e che non ha niente a che fare con l'evidenza con cui si impone la trasparenza).
- 2) Dalla ~~equazione~~ sembra discendere che A, B, P, Q si possono scegliere liberamente. Va tuttavia tenuto presente che l'indice di trasparenza pone le seguenti restrizioni: esso deve essere diverso da 0 (altrimenti non si ha trasparenza) e positivo (un indice di trasparenza negativo non avrebbe senso), e non superiore a 1, e quindi di conseguenza si deve anche

$$A \neq B \quad P \neq Q \quad |A - B| \geq |P - Q| \quad (A > B) \Rightarrow (P > Q) \\ (A < B) \Rightarrow (P < Q)$$

(cioè fissando $A > B$ le espressioni si riducono a $P > Q$).

- 1) Siccome la formula non tiene conto delle condizioni figurali essa è valida quando le condizioni figurali sono neutrali e consente, in questo caso, di calcolare e quindi prevedere la trasparenza a partire dai valori di A, P, Q, B .

(1) Siccome la formula non tiene conto delle condizioni figurali essa è valida quando le condizioni figurali sono neutrali e consente, in questo caso, di calcolare e quindi prevedere la trasparenza a partire dai valori di A, P, Q, B .

L'importanza delle deduzioni così ottenute sta nel fatto che esse rappresentano altrettante condizioni necessarie della trasparenza, dedotte per via algebrica e controllabili sperimentalmente. Così la relazione $|A - B| \geq |P - Q|$ definisce la affinità di P e Q, necessaria affinchè si determini la tendenza all'unificazione di P e Q; la somiglianza fra P e Q deve essere maggiore, o almeno non minore della somiglianza fra A e B. Con la relazione $A > B \Rightarrow P > Q$, cioè se A è più chiaro di B, allora P deve essere più chiaro di Q (e $A < B \Rightarrow P < Q$ cioè se A è più scuro di B, P deve essere più scuro di Q) viene posta una condizione di portata molto ampia, che include una serie di situazioni non ancora studiate; comunque essa include la condizione $A > P > Q > B$ (e $A < P < Q < B$) che rappresenta la relazione tra i grigi che si ritrova più comunemente nelle situazioni di trasparenza, ed esclude la condizione $A > P$, $P < Q$, $Q > B$ condizione che, come è stato constatato nel precedente lavoro, esclude la trasparenza.

3. La formula consente inoltre di fare delle previsioni sul grado di trasparenza. Se $(P-Q)$ è molto più piccolo di $(A-B)$ (cioè P e Q sono molto simili) la trasparenza deve essere piccola (T molto opaco) mentre se $(P-Q)$ è grande e si avvicina ad $A-B$ (senza superarlo) si dovrà avere trasparenza massima (T vitreo).

Un primo controllo si può eseguire costruendo una serie di figure per le quali, in base alla formula, è prevista la possibilità della trasparenza (presenza di una condizione necessaria) o l'impossibilità (assenza di una condizione necessaria).⁽¹⁾

1. Nelle fig. 1-5 $A = B$, cioè è assente la condizione necessaria $A \neq B$, quindi dovrebbe essere esclusa la trasparenza.
La Trasparenza effettivamente non si realizza in Fig. 2, dove le componenti figurali sono tutte
 Si hanno invece i seguenti casi di trasparenza:
 Fig. 3,4,5. Va notato che A e B sono le zone opache, mentre P e Q sono le zone che si sdoppiano. Quindi si ha trasparenza nelle condizioni $A = B$ soltanto se sono trasparenti i due grigi. Invece in Fig. 3 è trasparente il nero (e il grigio scuro), in Fig. 4 e 5 il bianco e il grigio chiaro. Cioè il nero in Fig. 3 e il bianco in Fig. 4 e 5 diventa per una parte opaco e per una parte trasparente. Si ha cioè $A = P$ (oppure $B = Q$, che è lo stesso), caso che non è escluso dalla formula (effetto Kanizsa).

C'è invece un caso che contrasta con la previsione: in Fig. 1, a destra si vede un quadrato nero che traspare sotto un velo grigio scuro. Resta da stabilire se si tratta o non di un fatto in contrasto con le previsioni ricavate dalla formula (finora sarebbe l'unico). Sembra di no, perché la formula si fonda su un tipo di trasparenza (in cui P e Q si scindono in due strati, di cui il primo, opaco, si identifica in parte con A e in parte con B, mentre il secondo forma una lamina omogenea trasparente) e prevede quindi questo tipo di trasparenza. Nel caso di Fig. 1 solo il grigio scuro è trasparente mentre il grigio chiaro è assolutamente opaco, e il nero di sinistra, se mai (?) si completa amodalmente.

Anche in Fig. 5 si può percepire trasparenza della parte comune come appartenente al rettangolo nero. Ma il rettangolo bianco è, per ragioni di contrasto (?) diversissimo dallo sfondo.

(1) confronti - figurati incroci

12

2. Nelle Fig. 6-10 $P = Q$, cioè è assente la condizione necessaria $P \neq Q$; quindi dovrebbe essere esclusa la trasparenza, ciò che in realtà si verifica.

3. Nelle Fig. 11-16 $A = B$ e $P = Q$, quindi, applicando la formula si ottiene $\alpha = \frac{0}{0}$ cioè α può assumere qualunque valore, e perciò non si possono fare previsioni. Risultati: Non c'è trasparenza, o si determina una forma di trasparenza vitrea di tutta la figura (per es., Fig. 11, 12, 13: un rettangolo di vetro diviso in due quadrati e dietro la figura ~~opaca~~ opaca).

4. Nelle Fig. 17, 18, 19 sono presenti le due condizioni necessarie $|A-B| > |P-Q|$ e $(A > B) \supset (P > Q)$. Si ha trasparenza.

5. Nelle Fig. 20-26 $|A-B| < |P-Q|$, cioè è assente la condizione necessaria $|A-B| > |P-Q|$; quindi dovrebbe essere esclusa la trasparenza.

La previsione risulta esatta. Nei casi in cui si determina trasparenza (Fig. 22, 24, 25) si ha costantemente trasparenza dei due grigi (cioè c'è un velo perimetrale con un buco nel mezzo, dal quale si vedono direttamente il bianco e il nero); in questo caso P e Q sono i due grigi, la cui differenza è minore di quella tra il bianco e il nero, e quindi la trasparenza si realizza nella situazione $|A-B| > |P-Q|$.

6. Nelle Fig. 27-30 si ha $A > B$, $P < Q$, cioè è assente la condizione necessaria $(A > B) \supset (P > Q)$ e quindi è esclusa la trasparenza, che in effetti non compare nelle 4 figure.

7. Nelle figure 31-33 i due grigi P e Q sono molto diversi: secondo la formula $\alpha = \frac{P - Q}{A - B}$ dovrebbe avvicinarsi ad 1, quindi la trasparenza dovrebbe essere molto grande cioè avvicinarsi a quella del vetro. Il risultato conferma l'aspettativa.

8. Nelle figure 34-36 i due grigi P e Q sono molto simili quindi α dovrebbe essere piccolo e quindi la lamina D dovrebbe essere poco trasparente (cioè contenere molto colore). Anche questa previsione è confermata.

THE COUNTY OF MECHEDE

uncoordinated
Z, B, C

Q. 1. K. 3.

Presentation Method

destroye medeane $\Delta > B^2$ (b₂ + b₃)

1848. The first meeting of the Anti-Slavery Society in our country, was held at Boston, on the 1st of August.

34. *Boettgeria* *gigantea* *var.* *gigantea* *Salvadoras* *1875*

Macmillan, 1922. Pp. viii + 250. 12s. 6d. (2s. 6d. net).

Intertemporal choice between intertemporally separable options.

1. *Booker T. Washington* (1856-1915) was an African American educational leader and orator. He founded the Tuskegee Institute in Alabama, which became a leading center for African American education and vocational training.

Concise, good & minute mottoes of the best.

Condizioni cromatiche

1

Dall'analisi delle condizioni figurali delle trapeze europei è risultato che le tendenze umificate, contrastanti che stanno alla base del fenomeno possono essere messe in evidenza anche dalle sole condizioni cromatiche quando le condizioni figurali sono nulle, cioè non favoriscono né ostacolano i processi di uniformazione. È risultato inoltre che la visione fenomenica su che costituisce l'aspetto più tipico del fenomeno, è legata alle condizioni cromatiche.

Ne derivano due problemi: a) secondo quali leggi si determina la visione cromatica? b) quali sono le condizioni cromatiche necessarie perché si determini la trasparenza?

a) Il problema della visione cromatica è stato affrontato per la prima volta da G. Heider in collaborazione con Koffka. Secondo la teoria enunciata dai suddetti autori, se una superficie si divide in due colori superficiali visto una delle due d'altra (per trasparenza). I colori delle due superfici in visione col colore della superficie originaria e riguardante, ma non delle due essere tali da corrispondere alla luce dell'ambiente, cioè operano una fusione cromatica (esse si tolgono), e cioè opera una fusione cromatica dei due colori: due colori perciò visti nelle due superfici di visione saranno tali che più frater con un apparecchio a rotazione danno come coloro si fusione il colore della superficie originaria.

Il problema sul quale erano partiti Koffka e Heider era il seguente: se si fa girare un episcopista (cioè un vino colorato con un vettore appena maneggiato) davanti a una tavola nera con una figura (mentre la figura mentre lo spazio nero è coperto soltanto da un velo grigio), tale figura completamente coperta dall'episcopista, e quindi fa sul vettore dell'episcopista (tale che d'arrivo dell'episcopista fissa col grigio sulla figura) si vede grigio niente. (cioè si può controllare

Nota

usando uno schermo di risoluzione, con due un foro cioè un
schermo con un foro in corrispondenza della figura gialla:
in tal caso ~~la forza~~ ^{in questa situazione} il colore del foro sarà grigio. Fa-
toria eliminando ~~lo schermo~~ ^{in questa situazione}, si vede allora
figura gialla coperta da un velo dappurro. Il problema
posto da Raffaele, perché la figura appare gialla? Non per
chi è gialla (quando è vista ^{infatti} ~~indistintamente~~, non c'è ~~epicatitina~~ perché la retina è stimolata dal colore di fondo, che è grigio),
e il soggetto non è informato del colore della figura, la
spiegazione di Raffaele Heider è che il velo trasparente
dell'epicatitina, costituito un appunto ^{grigio} ~~un velo~~ ^{grigio}, ha tutto
lo stesso colore dappurro, e quindi, essendo il colore di
fondazione della ~~figura~~ ^{grigio} ~~corrispondente~~ alla figura, in base
all'equazione ~~Gr + Bl = Gr~~ ^{grigio + grigio = grigio}, da cui ~~Gr + Bl = Gr~~ ^{grigio + grigio = grigio},
la figura vista attraverso il velo dappurro dovrà essere ^{grigio} ~~grigio~~
necessario gialla, e di un giallo tale da determinare produrre
il grigio se fuso all'arrezzo del velo trasparente. In altre
parole, il giallo visto per trasparenza non è il giallo della figura
originaria, ma il risultato della separazione dell'arrezzo dal
~~grigio~~ ^{grigio} ~~la stimolazione~~ grigio che costituisce rappresenta la ^{corrispondente}
luminosità retinica, risultato che è determinato ^{corrispondente} ~~indistintamente~~
dalle caratteristiche ~~del~~ ^{corrispondente} cromatiche del velo trasparente a
puro.

Mentre nelle condizioni sperimentali modeste, e in cui
in parte da le condizioni di paranza sono costituite da
un oggetto opaco di colore definito (la figura fissa)
e un oggetto trasparente pure di colore definito e variabile
le a piacere (il velo dell'epicotista) mentre il colori
di fusione constatati per mezzo della telecamera

risuzione è il risultato della sovrapposizione dei tre, le conclusioni di Hoffmann possono apparire atipiche, nelle condizioni sperimentali introdotte da Dietzger, in cui il punto di partenza è una superficie⁽¹⁾ di colore nero, mentre, per di seguito alla fusione, possono con altre superfici, tutte superficie si rende in due superfici sovrapposte di colore diverso, il problema dei caratteri cromatini delle due superfici sovrapposte è del tutto insolubile e comunque che determinano tali caratteri si impone naturalmente. Ci tratta anzitutto di stabilire se, trattata in termini quantitativi, la teoria di Hoffmann-Heider è controllabile e risulta confermata; come tale teoria si avallò alla teoria dei quattro campi, e cioè nel fatto che sono da considerare due dipendenze fermamente in luogo di uno; come, anche limitatamente agli aspetti considerati da Hoffmann-Heider, e cioè alla considerazione di una sola zona comune, la teoria tenga conto del fatto che in una ~~specie~~^{specie} di proiezione vicinale ~~si~~ si è da considerare la tendenza all'impennaggio (e quindi dell'equilibramento) che nella figura corporea di bello figura opaca (che nella illuminazione considerata da Hoffmann-Heider coincideva con la zona comune).

Per trovare le condizioni in cui i risultati quantitativi concordino ^{inizialmente} a considerare le situazioni in cui tutte le regioni prese in considerazione si presentano in tonalità aromatiche della serie bianco - grigio - nero. In queste condizioni è possibile trascurare le re-

(1) comunque qui per semplicità saltando la ~~teoria~~ di P.

quanta ordinata dei grigi che vanno dal bianco nero al bianco
4
40, facendo corrispondere ad ogni tonalità di grigi il numero
20, intero o frazionario, di gradi di bianco che è che, fatto
ruotare in un rivo di Maxwell intorno a $360 - b$ gradi
di nero, dà luogo ad una uguale tonalità di grigio di fusione.⁽¹⁾

Ciò posto, possiamo esprimere in termini quantitativi
la teoria di Raffra-Heider. Come esprimere quantitativamente
mentre la fusione cromatica fra una superficie grigia tras-
parente e una superficie grigia di chiarezza diversa, opaca,
vista attraverso la prima? ~~Perché ignoriamo se nella fusione~~
~~intervengono l'una o l'altra, Parliamo dell'ipotesi che~~
~~ella fusione i due grigi partecipino in ugual misura.~~
Questa, accolto questa ipotesi ^{in tal caso}, secondo la teo-
ria di R-H, il grigio della zona comune dovrebbe corris-
pondere al grigio ottenuto ~~per fusione~~ facendo girare un
rivo di Maxwell costituito per metà dal grigi P_1 e per metà
dal grigi P_2 . Sostituiamo poi a ciascuna delle due metà
~~la composizione in un settore bianco e un settore nero~~
~~separati da un angolo~~
~~l'uno dall'altro~~
i settori bianchi delle due metà, si ottiene l'espresso-
ne quantitativa corrispondente al grigio di fusione. Così
ad esempio, se P_1 è un grigi che si ottiene per fusione di 90° di bianco
e $(360-90)^\circ$ di nero, cioè ~~in termini quantitativi~~ fissati più
sopra, è un grigi 90° ; P_2 è un grigi che si ottiene per fusione
di 240° di bianco e $(360-240)^\circ$ di nero, cioè un grigi 240° ; per ottenere
la fusione si utilizzerebbe 1800° del rivo di fusione per ciascuna
di due grigi, cioè per P_1 45° di bianco e $(180-45)^\circ$ di nero, e per
 P_2 130° di bianco e $(180-130)^\circ$ di nero, e quindi il colore di fusione
avrà $130 + 45 = 175^\circ$ di bianco e $(360-175)^\circ$ di nero, cioè sarà

(1) oppure la corrispondente proporzione. Nel primo caso la somma
dei grigi corrisponderà ai numeri 0-360, nel secondo caso ai numeri 0-1.

un grigio 175. In altre parole $P_1 \neq P = \frac{P_1}{2} + \frac{P_2}{2} = \frac{P_1 + P_2}{2}$, cioè il colore di fusione è, anche in termini quantitativi, la media aritmetica e non la somma intorno alla tonalità intermedia fra i colori ~~di~~ ^{di} dei costituenti cioè è la media aritmetica (e non la somma) ^{del numero che rappresenta} dei colori costituenti.

Tuttavia l'ipotesi che la superficie trasparente P_2 e la superficie opaca retrostante P_1 contribuiscono in misura uguale a costituire il colore di fusione della superficie P , o rispettivamente che la superficie P contribuisce in misura uguale il proprio colore nelle superficie di rischio P_1 e P_2 è un'applicazione fondata. Come vediamo infatti il seguente esempio che riporta le condizioni dell'esperimento di Roffha-Heides, solo che i colori sono tutti tonalità di grigi e nero lo sfondo, grigi chiaro la figura, grigi scuri. L'episotista, cioè sfondo 0, figura 220. Episotista 40. Se l'episotista ha un'apertura di 180, la fusione avverrà, corrispondentemente all'ipotesi precedente, partecipando in ugual misura il colore dell'episotista e il colore della figura o rispettivamente dello sfondo, per cui si avranno come colori di fusione $\frac{0+40}{2} = 20$ per lo sfondo e $\frac{220+40}{2} = 130$ per la figura.

Ma se riduciamo l'apertura dell'episotista ad $\frac{3}{4}$, in modo che la superficie ruotante dell'episotista passi da 180 a 270°, la fusione avverrà nel rapporto $\frac{3}{4} : \frac{1}{4}$ e si avrà quindi ^{come colori di risalto 0+40} $\frac{1(0)+3(40)}{1+3} = 30$ per lo sfondo e ^{come colori di risalto 220+40} $\frac{1(220)+3(40)}{1+3} = 85$ per la figura.

(*) Infatti nella situazione precedente, ogni singolo elemento ottiene diversa illuminazione per molto del tempo. Nella linea riflessa dall'episotista per molto della sua riflessione, c'è una illuminazione con $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{4}$.

$$\textcircled{4} \quad \text{Infatti} \quad \frac{aP_1 + bP_2}{a+b} = \frac{a}{a+b} P_1 + \frac{b}{a+b} P_2$$

$$\text{in cui} \quad \frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b} = \frac{a+b}{a+b} = 1$$

quindi, avendo i numeri $\alpha = \frac{a}{a+b}$ e $\beta = \frac{b}{a+b}$

$$\text{si ha } \alpha + \beta = 1$$

$$\text{e quindi } \alpha = 1 - \beta$$

Si ha cioè in generale $P = aP_1 + bP_2$ ⁽¹⁾ in cui a e b sono i coefficienti ponderati a e b stanno ad indicare la misura sulla quale P , le imposte P_1 e P_2 contribuiscono a determinare il colore di P . Viceversa, come il colore in che rapporto il colore di P contribuisce a determinare nei colori di funzione P_1 e P_2 . Va tenuto presente però che i coefficienti non hanno corrispondenza il colore di P_1 e P_2 , ma una dimensione diversa, cioè la trasparenza, e siccome il colore trasparente è P_2 , conviene modificare la formula per mettere in evidenza questo carattere. Postummo ad a e b $a = \frac{a}{a+b}$ e $b = \frac{b}{a+b}$ avremo $P = \alpha P_1 + \beta P_2$, e siccome $\alpha + \beta = 1$, potremo scrivere $P = (1-\beta)P_1 + \beta P_2$.

Il fatto interessante è che il coefficiente β , che varia da 0 a 1 ^(cioè la proporzione di colore contenuta nel dato P_2) indica la trascendenza trasparente (opacità). Infatti se $\beta = 0$ le reti sono perfettamente trasparenti e non ha colore, e quindi tutto il colore di P deriva da P_1 ; se $\beta = 1$ le reti sono opache e tutto il colore di P deriva da P_2 ; e questa è la situazione nella presenza di una sola - P_1 è perfettamente presente, ma il colore di P va tutto a P_2 , tanto è vero che non si distinguono da P_2 ⁽²⁾ ~~assumono due colori~~ ⁽³⁾ ~~in due colori, neri e~~ ~~per~~ ⁽⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁰⁾ ~~per~~ ⁽¹¹⁾ ~~per~~ ⁽¹²⁾ ~~per~~ ⁽¹³⁾ ~~per~~ ⁽¹⁴⁾ ~~per~~ ⁽¹⁵⁾ ~~per~~ ⁽¹⁶⁾ ~~per~~ ⁽¹⁷⁾ ~~per~~ ⁽¹⁸⁾ ~~per~~ ⁽¹⁹⁾ ~~per~~ ⁽²⁰⁾ ~~per~~ ⁽²¹⁾ ~~per~~ ⁽²²⁾ ~~per~~ ⁽²³⁾ ~~per~~ ⁽²⁴⁾ ~~per~~ ⁽²⁵⁾ ~~per~~ ⁽²⁶⁾ ~~per~~ ⁽²⁷⁾ ~~per~~ ⁽²⁸⁾ ~~per~~ ⁽²⁹⁾ ~~per~~ ⁽³⁰⁾ ~~per~~ ⁽³¹⁾ ~~per~~ ⁽³²⁾ ~~per~~ ⁽³³⁾ ~~per~~ ⁽³⁴⁾ ~~per~~ ⁽³⁵⁾ ~~per~~ ⁽³⁶⁾ ~~per~~ ⁽³⁷⁾ ~~per~~ ⁽³⁸⁾ ~~per~~ ⁽³⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁴¹⁾ ~~per~~ ⁽⁴²⁾ ~~per~~ ⁽⁴³⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁵¹⁾ ~~per~~ ⁽⁵²⁾ ~~per~~ ⁽⁵³⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁶¹⁾ ~~per~~ ⁽⁶²⁾ ~~per~~ ⁽⁶³⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁷⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁷¹⁾ ~~per~~ ⁽⁷²⁾ ~~per~~ ⁽⁷³⁾ ~~per~~ ⁽⁷⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁷⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁷⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁷⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁷⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁷⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁸⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁸¹⁾ ~~per~~ ⁽⁸²⁾ ~~per~~ ⁽⁸³⁾ ~~per~~ ⁽⁸⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁸⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁸⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁸⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁸⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁸⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁹⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁹¹⁾ ~~per~~ ⁽⁹²⁾ ~~per~~ ⁽⁹³⁾ ~~per~~ ⁽⁹⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁹⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁹⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁹⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁹⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁹⁹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁰⁰⁾ ~~per~~ ⁽¹⁰¹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁰²⁾ ~~per~~ ⁽¹⁰³⁾ ~~per~~ ⁽¹⁰⁴⁾ ~~per~~ ⁽¹⁰⁵⁾ ~~per~~ ⁽¹⁰⁶⁾ ~~per~~ ⁽¹⁰⁷⁾ ~~per~~ ⁽¹⁰⁸⁾ ~~per~~ ⁽¹⁰⁹⁾ ~~per~~ ⁽¹¹⁰⁾ ~~per~~ ⁽¹¹¹⁾ ~~per~~ ⁽¹¹²⁾ ~~per~~ ⁽¹¹³⁾ ~~per~~ ⁽¹¹⁴⁾ ~~per~~ ⁽¹¹⁵⁾ ~~per~~ ⁽¹¹⁶⁾ ~~per~~ ⁽¹¹⁷⁾ ~~per~~ ⁽¹¹⁸⁾ ~~per~~ ⁽¹¹⁹⁾ ~~per~~ ⁽¹²⁰⁾ ~~per~~ ⁽¹²¹⁾ ~~per~~ ⁽¹²²⁾ ~~per~~ ⁽¹²³⁾ ~~per~~ ⁽¹²⁴⁾ ~~per~~ ⁽¹²⁵⁾ ~~per~~ ⁽¹²⁶⁾ ~~per~~ ⁽¹²⁷⁾ ~~per~~ ⁽¹²⁸⁾ ~~per~~ ⁽¹²⁹⁾ ~~per~~ ⁽¹³⁰⁾ ~~per~~ ⁽¹³¹⁾ ~~per~~ ⁽¹³²⁾ ~~per~~ ⁽¹³³⁾ ~~per~~ ⁽¹³⁴⁾ ~~per~~ ⁽¹³⁵⁾ ~~per~~ ⁽¹³⁶⁾ ~~per~~ ⁽¹³⁷⁾ ~~per~~ ⁽¹³⁸⁾ ~~per~~ ⁽¹³⁹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁴⁰⁾ ~~per~~ ⁽¹⁴¹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁴²⁾ ~~per~~ ⁽¹⁴³⁾ ~~per~~ ⁽¹⁴⁴⁾ ~~per~~ ⁽¹⁴⁵⁾ ~~per~~ ⁽¹⁴⁶⁾ ~~per~~ ⁽¹⁴⁷⁾ ~~per~~ ⁽¹⁴⁸⁾ ~~per~~ ⁽¹⁴⁹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁵⁰⁾ ~~per~~ ⁽¹⁵¹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁵²⁾ ~~per~~ ⁽¹⁵³⁾ ~~per~~ ⁽¹⁵⁴⁾ ~~per~~ ⁽¹⁵⁵⁾ ~~per~~ ⁽¹⁵⁶⁾ ~~per~~ ⁽¹⁵⁷⁾ ~~per~~ ⁽¹⁵⁸⁾ ~~per~~ ⁽¹⁵⁹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁶⁰⁾ ~~per~~ ⁽¹⁶¹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁶²⁾ ~~per~~ ⁽¹⁶³⁾ ~~per~~ ⁽¹⁶⁴⁾ ~~per~~ ⁽¹⁶⁵⁾ ~~per~~ ⁽¹⁶⁶⁾ ~~per~~ ⁽¹⁶⁷⁾ ~~per~~ ⁽¹⁶⁸⁾ ~~per~~ ⁽¹⁶⁹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁷⁰⁾ ~~per~~ ⁽¹⁷¹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁷²⁾ ~~per~~ ⁽¹⁷³⁾ ~~per~~ ⁽¹⁷⁴⁾ ~~per~~ ⁽¹⁷⁵⁾ ~~per~~ ⁽¹⁷⁶⁾ ~~per~~ ⁽¹⁷⁷⁾ ~~per~~ ⁽¹⁷⁸⁾ ~~per~~ ⁽¹⁷⁹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁸⁰⁾ ~~per~~ ⁽¹⁸¹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁸²⁾ ~~per~~ ⁽¹⁸³⁾ ~~per~~ ⁽¹⁸⁴⁾ ~~per~~ ⁽¹⁸⁵⁾ ~~per~~ ⁽¹⁸⁶⁾ ~~per~~ ⁽¹⁸⁷⁾ ~~per~~ ⁽¹⁸⁸⁾ ~~per~~ ⁽¹⁸⁹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁹⁰⁾ ~~per~~ ⁽¹⁹¹⁾ ~~per~~ ⁽¹⁹²⁾ ~~per~~ ⁽¹⁹³⁾ ~~per~~ ⁽¹⁹⁴⁾ ~~per~~ ⁽¹⁹⁵⁾ ~~per~~ ⁽¹⁹⁶⁾ ~~per~~ ⁽¹⁹⁷⁾ ~~per~~ ⁽¹⁹⁸⁾ ~~per~~ ⁽¹⁹⁹⁾ ~~per~~ ⁽²⁰⁰⁾ ~~per~~ ⁽²⁰¹⁾ ~~per~~ ⁽²⁰²⁾ ~~per~~ ⁽²⁰³⁾ ~~per~~ ⁽²⁰⁴⁾ ~~per~~ ⁽²⁰⁵⁾ ~~per~~ ⁽²⁰⁶⁾ ~~per~~ ⁽²⁰⁷⁾ ~~per~~ ⁽²⁰⁸⁾ ~~per~~ ⁽²⁰⁹⁾ ~~per~~ ⁽²¹⁰⁾ ~~per~~ ⁽²¹¹⁾ ~~per~~ ⁽²¹²⁾ ~~per~~ ⁽²¹³⁾ ~~per~~ ⁽²¹⁴⁾ ~~per~~ ⁽²¹⁵⁾ ~~per~~ ⁽²¹⁶⁾ ~~per~~ ⁽²¹⁷⁾ ~~per~~ ⁽²¹⁸⁾ ~~per~~ ⁽²¹⁹⁾ ~~per~~ ⁽²²⁰⁾ ~~per~~ ⁽²²¹⁾ ~~per~~ ⁽²²²⁾ ~~per~~ ⁽²²³⁾ ~~per~~ ⁽²²⁴⁾ ~~per~~ ⁽²²⁵⁾ ~~per~~ ⁽²²⁶⁾ ~~per~~ ⁽²²⁷⁾ ~~per~~ ⁽²²⁸⁾ ~~per~~ ⁽²²⁹⁾ ~~per~~ ⁽²³⁰⁾ ~~per~~ ⁽²³¹⁾ ~~per~~ ⁽²³²⁾ ~~per~~ ⁽²³³⁾ ~~per~~ ⁽²³⁴⁾ ~~per~~ ⁽²³⁵⁾ ~~per~~ ⁽²³⁶⁾ ~~per~~ ⁽²³⁷⁾ ~~per~~ ⁽²³⁸⁾ ~~per~~ ⁽²³⁹⁾ ~~per~~ ⁽²⁴⁰⁾ ~~per~~ ⁽²⁴¹⁾ ~~per~~ ⁽²⁴²⁾ ~~per~~ ⁽²⁴³⁾ ~~per~~ ⁽²⁴⁴⁾ ~~per~~ ⁽²⁴⁵⁾ ~~per~~ ⁽²⁴⁶⁾ ~~per~~ ⁽²⁴⁷⁾ ~~per~~ ⁽²⁴⁸⁾ ~~per~~ ⁽²⁴⁹⁾ ~~per~~ ⁽²⁵⁰⁾ ~~per~~ ⁽²⁵¹⁾ ~~per~~ ⁽²⁵²⁾ ~~per~~ ⁽²⁵³⁾ ~~per~~ ⁽²⁵⁴⁾ ~~per~~ ⁽²⁵⁵⁾ ~~per~~ ⁽²⁵⁶⁾ ~~per~~ ⁽²⁵⁷⁾ ~~per~~ ⁽²⁵⁸⁾ ~~per~~ ⁽²⁵⁹⁾ ~~per~~ ⁽²⁶⁰⁾ ~~per~~ ⁽²⁶¹⁾ ~~per~~ ⁽²⁶²⁾ ~~per~~ ⁽²⁶³⁾ ~~per~~ ⁽²⁶⁴⁾ ~~per~~ ⁽²⁶⁵⁾ ~~per~~ ⁽²⁶⁶⁾ ~~per~~ ⁽²⁶⁷⁾ ~~per~~ ⁽²⁶⁸⁾ ~~per~~ ⁽²⁶⁹⁾ ~~per~~ ⁽²⁷⁰⁾ ~~per~~ ⁽²⁷¹⁾ ~~per~~ ⁽²⁷²⁾ ~~per~~ ⁽²⁷³⁾ ~~per~~ ⁽²⁷⁴⁾ ~~per~~ ⁽²⁷⁵⁾ ~~per~~ ⁽²⁷⁶⁾ ~~per~~ ⁽²⁷⁷⁾ ~~per~~ ⁽²⁷⁸⁾ ~~per~~ ⁽²⁷⁹⁾ ~~per~~ ⁽²⁸⁰⁾ ~~per~~ ⁽²⁸¹⁾ ~~per~~ ⁽²⁸²⁾ ~~per~~ ⁽²⁸³⁾ ~~per~~ ⁽²⁸⁴⁾ ~~per~~ ⁽²⁸⁵⁾ ~~per~~ ⁽²⁸⁶⁾ ~~per~~ ⁽²⁸⁷⁾ ~~per~~ ⁽²⁸⁸⁾ ~~per~~ ⁽²⁸⁹⁾ ~~per~~ ⁽²⁹⁰⁾ ~~per~~ ⁽²⁹¹⁾ ~~per~~ ⁽²⁹²⁾ ~~per~~ ⁽²⁹³⁾ ~~per~~ ⁽²⁹⁴⁾ ~~per~~ ⁽²⁹⁵⁾ ~~per~~ ⁽²⁹⁶⁾ ~~per~~ ⁽²⁹⁷⁾ ~~per~~ ⁽²⁹⁸⁾ ~~per~~ ⁽²⁹⁹⁾ ~~per~~ ⁽³⁰⁰⁾ ~~per~~ ⁽³⁰¹⁾ ~~per~~ ⁽³⁰²⁾ ~~per~~ ⁽³⁰³⁾ ~~per~~ ⁽³⁰⁴⁾ ~~per~~ ⁽³⁰⁵⁾ ~~per~~ ⁽³⁰⁶⁾ ~~per~~ ⁽³⁰⁷⁾ ~~per~~ ⁽³⁰⁸⁾ ~~per~~ ⁽³⁰⁹⁾ ~~per~~ ⁽³¹⁰⁾ ~~per~~ ⁽³¹¹⁾ ~~per~~ ⁽³¹²⁾ ~~per~~ ⁽³¹³⁾ ~~per~~ ⁽³¹⁴⁾ ~~per~~ ⁽³¹⁵⁾ ~~per~~ ⁽³¹⁶⁾ ~~per~~ ⁽³¹⁷⁾ ~~per~~ ⁽³¹⁸⁾ ~~per~~ ⁽³¹⁹⁾ ~~per~~ ⁽³²⁰⁾ ~~per~~ ⁽³²¹⁾ ~~per~~ ⁽³²²⁾ ~~per~~ ⁽³²³⁾ ~~per~~ ⁽³²⁴⁾ ~~per~~ ⁽³²⁵⁾ ~~per~~ ⁽³²⁶⁾ ~~per~~ ⁽³²⁷⁾ ~~per~~ ⁽³²⁸⁾ ~~per~~ ⁽³²⁹⁾ ~~per~~ ⁽³³⁰⁾ ~~per~~ ⁽³³¹⁾ ~~per~~ ⁽³³²⁾ ~~per~~ ⁽³³³⁾ ~~per~~ ⁽³³⁴⁾ ~~per~~ ⁽³³⁵⁾ ~~per~~ ⁽³³⁶⁾ ~~per~~ ⁽³³⁷⁾ ~~per~~ ⁽³³⁸⁾ ~~per~~ ⁽³³⁹⁾ ~~per~~ ⁽³⁴⁰⁾ ~~per~~ ⁽³⁴¹⁾ ~~per~~ ⁽³⁴²⁾ ~~per~~ ⁽³⁴³⁾ ~~per~~ ⁽³⁴⁴⁾ ~~per~~ ⁽³⁴⁵⁾ ~~per~~ ⁽³⁴⁶⁾ ~~per~~ ⁽³⁴⁷⁾ ~~per~~ ⁽³⁴⁸⁾ ~~per~~ ⁽³⁴⁹⁾ ~~per~~ ⁽³⁵⁰⁾ ~~per~~ ⁽³⁵¹⁾ ~~per~~ ⁽³⁵²⁾ ~~per~~ ⁽³⁵³⁾ ~~per~~ ⁽³⁵⁴⁾ ~~per~~ ⁽³⁵⁵⁾ ~~per~~ ⁽³⁵⁶⁾ ~~per~~ ⁽³⁵⁷⁾ ~~per~~ ⁽³⁵⁸⁾ ~~per~~ ⁽³⁵⁹⁾ ~~per~~ ⁽³⁶⁰⁾ ~~per~~ ⁽³⁶¹⁾ ~~per~~ ⁽³⁶²⁾ ~~per~~ ⁽³⁶³⁾ ~~per~~ ⁽³⁶⁴⁾ ~~per~~ ⁽³⁶⁵⁾ ~~per~~ ⁽³⁶⁶⁾ ~~per~~ ⁽³⁶⁷⁾ ~~per~~ ⁽³⁶⁸⁾ ~~per~~ ⁽³⁶⁹⁾ ~~per~~ ⁽³⁷⁰⁾ ~~per~~ ⁽³⁷¹⁾ ~~per~~ ⁽³⁷²⁾ ~~per~~ ⁽³⁷³⁾ ~~per~~ ⁽³⁷⁴⁾ ~~per~~ ⁽³⁷⁵⁾ ~~per~~ ⁽³⁷⁶⁾ ~~per~~ ⁽³⁷⁷⁾ ~~per~~ ⁽³⁷⁸⁾ ~~per~~ ⁽³⁷⁹⁾ ~~per~~ ⁽³⁸⁰⁾ ~~per~~ ⁽³⁸¹⁾ ~~per~~ ⁽³⁸²⁾ ~~per~~ ⁽³⁸³⁾ ~~per~~ ⁽³⁸⁴⁾ ~~per~~ ⁽³⁸⁵⁾ ~~per~~ ⁽³⁸⁶⁾ ~~per~~ ⁽³⁸⁷⁾ ~~per~~ ⁽³⁸⁸⁾ ~~per~~ ⁽³⁸⁹⁾ ~~per~~ ⁽³⁹⁰⁾ ~~per~~ ⁽³⁹¹⁾ ~~per~~ ⁽³⁹²⁾ ~~per~~ ⁽³⁹³⁾ ~~per~~ ⁽³⁹⁴⁾ ~~per~~ ⁽³⁹⁵⁾ ~~per~~ ⁽³⁹⁶⁾ ~~per~~ ⁽³⁹⁷⁾ ~~per~~ ⁽³⁹⁸⁾ ~~per~~ ⁽³⁹⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁰⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁰¹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁰²⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁰³⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁰⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁰⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁰⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁰⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁰⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁰⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁴¹⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁴¹¹⁾ ~~per~~ ⁽⁴¹²⁾ ~~per~~ ⁽⁴¹³⁾ ~~per~~ ⁽⁴¹⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁴¹⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁴¹⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁴¹⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁴¹⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁴¹⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁴²⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁴²¹⁾ ~~per~~ ⁽⁴²²⁾ ~~per~~ ⁽⁴²³⁾ ~~per~~ ⁽⁴²⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁴²⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁴²⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁴²⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁴²⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁴²⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁴³⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁴³¹⁾ ~~per~~ ⁽⁴³²⁾ ~~per~~ ⁽⁴³³⁾ ~~per~~ ⁽⁴³⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁴³⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁴³⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁴³⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁴³⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁴³⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁴⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁴¹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁴²⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁴³⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁴⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁴⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁴⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁴⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁴⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁴⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁵⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁵¹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁵²⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁵³⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁵⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁵⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁵⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁵⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁵⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁵⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁶⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁶¹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁶²⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁶³⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁶⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁶⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁶⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁶⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁶⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁶⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁷⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁷¹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁷²⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁷³⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁷⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁷⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁷⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁷⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁷⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁷⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁸⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁸¹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁸²⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁸³⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁸⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁸⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁸⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁸⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁸⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁸⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁹⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁹¹⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁹²⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁹³⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁹⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁹⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁹⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁹⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁹⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁴⁹⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁰⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁰¹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁰²⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁰³⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁰⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁰⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁰⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁰⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁰⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁰⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁵¹⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁵¹¹⁾ ~~per~~ ⁽⁵¹²⁾ ~~per~~ ⁽⁵¹³⁾ ~~per~~ ⁽⁵¹⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁵¹⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁵¹⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁵¹⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁵¹⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁵¹⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁵²⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁵²¹⁾ ~~per~~ ⁽⁵²²⁾ ~~per~~ ⁽⁵²³⁾ ~~per~~ ⁽⁵²⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁵²⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁵²⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁵²⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁵²⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁵²⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁵³⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁵³¹⁾ ~~per~~ ⁽⁵³²⁾ ~~per~~ ⁽⁵³³⁾ ~~per~~ ⁽⁵³⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁵³⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁵³⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁵³⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁵³⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁵³⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁴⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁴¹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁴²⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁴³⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁴⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁴⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁴⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁴⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁴⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁴⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁵⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁵¹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁵²⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁵³⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁵⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁵⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁵⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁵⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁵⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁵⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁶⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁶¹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁶²⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁶³⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁶⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁶⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁶⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁶⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁶⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁶⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁷⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁷¹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁷²⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁷³⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁷⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁷⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁷⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁷⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁷⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁷⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁸⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁸¹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁸²⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁸³⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁸⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁸⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁸⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁸⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁸⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁸⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁹⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁹¹⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁹²⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁹³⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁹⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁹⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁹⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁹⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁹⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁵⁹⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁰⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁰¹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁰²⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁰³⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁰⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁰⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁰⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁰⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁰⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁰⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁶¹⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁶¹¹⁾ ~~per~~ ⁽⁶¹²⁾ ~~per~~ ⁽⁶¹³⁾ ~~per~~ ⁽⁶¹⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁶¹⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁶¹⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁶¹⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁶¹⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁶¹⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁶²⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁶²¹⁾ ~~per~~ ⁽⁶²²⁾ ~~per~~ ⁽⁶²³⁾ ~~per~~ ⁽⁶²⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁶²⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁶²⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁶²⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁶²⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁶²⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁶³⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁶³¹⁾ ~~per~~ ⁽⁶³²⁾ ~~per~~ ⁽⁶³³⁾ ~~per~~ ⁽⁶³⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁶³⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁶³⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁶³⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁶³⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁶³⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁴⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁴¹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁴²⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁴³⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁴⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁴⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁴⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁴⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁴⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁴⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁵⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁵¹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁵²⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁵³⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁵⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁵⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁵⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁵⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁵⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁵⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁶⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁶¹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁶²⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁶³⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁶⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁶⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁶⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁶⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁶⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁶⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁷⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁷¹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁷²⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁷³⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁷⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁷⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁷⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁷⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁷⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁷⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁸⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁸¹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁸²⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁸³⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁸⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁸⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁸⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁸⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁸⁸⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁸⁹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁹⁰⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁹¹⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁹²⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁹³⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁹⁴⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁹⁵⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁹⁶⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁹⁷⁾ ~~per~~ ⁽⁶⁹⁸⁾

$$P = \alpha A + (1-\alpha) T$$

$$P - \alpha A = (1-\alpha) T$$

$$P = \alpha A + T - \alpha T$$

$$T = \frac{P - \alpha A}{1 - \alpha}$$

$$P - T = \alpha (A - T)$$

$$\alpha = \frac{P - T}{A - T}$$

$$A \neq T \quad P \neq T$$

$$|P - T| \leq |A - T|$$

$$\begin{aligned} (A > T) &\Rightarrow (P > T) \\ (A < T) &\Rightarrow (P < T) \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{P - T}{A - T}$$

$$\alpha = \frac{Q - T}{B - T}$$

Considerando

$$\frac{P - T}{A - T} = \frac{Q - T}{B - T}$$

$$\text{Então } \frac{P - T}{A} = \frac{Q - T}{B}$$

$$\boxed{P: A = Q: B}$$

$$(B - T)(P - T) = (Q - T)(A - T)$$

$$BP - BT + T^2 = AQ - QT + T^2$$

$$BP - AQ = BT - QT$$

$$T = \frac{BP - AQ}{B - Q}$$

$$* \quad BP - BT - PT + T^2 = AQ - QT - AT + T^2$$

$$BP - AQ = BT + PT - QT - AT$$

$$T = \frac{BP - AQ}{B + P - Q - A}$$

$$\begin{aligned} P &= P - T \\ Q &= Q - T \\ A &= A - T \\ B &= B - T \end{aligned}$$

Di fronte alle ampie possibilità di variazione
dei colori delle due superfici di riferimento P_1, P_2 in conseguenza alle
variazioni della trasparenza β della trasparenza
di una superficie anteriore P_1 e del
fatto di chiedersi che cosa determina il colore e il grado di
trasparenza in ogni caso convertito in "normale"
nella ~~condizione del fenomeno~~

Abbiamo veduto che la ~~relazione~~ di trasparenza
implicava quattro regioni P, P_1, Q, Q_1 . Veriamo di applicare
le nostre precedenti deduzioni a ~~una~~ una situazione di grande
interesse, che ~~considera~~ ^{particolare} ~~normale~~, per considerare necessaria-
mente il caso ^{particolare} considerato da Hoffmann, in cui sono implicati soltanto tre regioni
quando ~~sono~~ quando si determina la trasparenza, e la rela-
zione fenomenica delle due regioni $P = P_1, P_2$ e $Q = Q_1, Q_2$. Applichiamo
la precedente relazione avremo dunque

$$P = (1-\beta)P_1 + \beta P_2 \quad Q = (1-\beta)Q_1 + \beta Q_2$$

in cui P, P_1, P_2, Q, Q_1, Q_2 sono tonalità di grigi espresse quantitativamente

con il numero dei gradi di bianco necessari per ottenere le medesime tonalità di grigi per fusioni col nero, nel modo che

β e β sono le misure dell'opacità di P_1 e di Q_1 rispetto a P_2 e Q_2 e cioè
in grande proporzione della parte colorata dell'eposotile.

$$\text{Ma } P_1 = A \quad Q_1 = B \quad P_2 = Q_2 = T$$

Cioè la relazione fenomenica si determina in quanto le superfici di
fusione P_1 e Q_1 si identificano con le regioni A e B , mentre le due
superficie si riferiscono trasparenti P_2 e Q_2 costituiscono in cui sia appena
 T trasparente di colore uniforme.

Si ha dunque

$$P = (1-\beta)A + \beta T$$

$$Q = (1-\beta)B + \beta T$$

Per le 2 grigie che P si ottiene per fusione da A e T pari nelle proporzioni
 $1-\beta$ e β ; analogamente va interpretata l'equazione di Q .

di curva, cioè il carattere vittore o creste, col verso
della differenza fra P e Q rispetto alla differenza fra A e B .

Moltre l'equazione permette di calcolare il grado di trasparenza per un dato insieme di numeri $APQB$, e invernamen-
ti stabilire quali condizioni occorrono per avere un dato grado
di trasparenza. Così

per un massimo di trasparenza $\alpha \approx 1 \quad \frac{P-Q}{A-B}$ tendente a 1

$A - B$ deve essere di poco maggiore di $P - Q$ |

per avere un minimo di trasparenza $\frac{P-Q}{A-B}$ tendente a zero

$P \approx Q$

Considerando il fenomeno nella sua forma ottimale, 8
Sono ora in cui tutti gli effetti sono cancellati.

a) caso ottimale / la trasparenza α è uniforme, cioè

$$\beta = \gamma$$

Si avrà allora si ha

$$P - (1 - \beta)A = \beta T$$

$$Q - (1 - \beta)B = \beta T$$

da cui

$$P - (1 - \beta)A = Q - (1 - \beta)B$$

1

$$P - A + \beta A = Q - B + \beta B$$

~~$$P - A + \beta A - \beta B = Q - B - P + A$$~~

$$\beta = \frac{A - B + Q - P}{A - B} = 1 - \frac{P - Q}{A - B}$$

3

$$P - \alpha A = Q - \alpha B$$

$$\text{da cui } \alpha = \frac{P - Q}{A - B}$$

2

Oppure, più semplicemente, esendo $\alpha = 1 - \beta$, cioè usiamo l'indice di trasparenza invece dell'indice di opacità

Dalle due equazioni si possono ricavare le seguenti deduzioni:

1. Fissati A, B, P, Q , il grado di trasparenza è determinato. In fatti l'indice di trasparenza si ottiene risolvendo per α la ~~stessa~~ ^(Va tenuto presente che l'indice di trasparenza non è mai "nullo") ~~stessa~~ ^(fa α la proporzione di "nullo" se l'indice di trasparenza non è mai "nullo" che c'è nel colore di T , se α non ha niente da fare con l'indice di trasparenza) ~~equazione~~ ^(con cui impone la somma)

$$\alpha = \frac{P - Q}{A - B}$$

2. Dalle precedenti equazioni si nota che A, B, P, Q si posso no negare liberamente. Va tuttavia tenuto presente che l'indice di trasparenza α ha le seguenti restrizioni: ~~non deve essere mai~~ ^{non può} (altrimenti non si ha trasparenza) e positivo (un indice di trasparenza negativo non avrebbe senso), e quindi non inferiore a 1, e quindi si conseguirà ~~si deve avere~~

$$A \neq B \quad P \neq Q \quad |A - B| \geq |P - Q| \quad (A > B) \Rightarrow (P > Q) \\ (A < B) \Rightarrow (P < Q)$$

\Rightarrow

(cioè fissando $A > B$ l'espressione si riduce a $P > Q$)

L'importanza delle condizioni con ottenuto sta nel fatto 9
 che esse rappresentano altrettante condizioni necessarie che
 trasparenza, dovute ^{per la} algebrica e controllabili sperimental-
 tamente. con la relazione $|A-B| \geq |P-Q|$ si puote la affinità
 $\eta P \neq Q$, necessaria affinché si determini la tendenza all'inc-
 ficiapponi $P \neq Q$: la somiglianza fra $P \neq Q$ deve essere maggiore, e
 almeno non minore della somiglianza fra $A \neq B$. ~~con la~~ quanto alla rela-
 zione $A > B \Rightarrow P > Q$, cioè se A è più chiaro di B , allora P deve essere più
 chiaro di Q (e $A < B \Rightarrow P < Q$) cioè se A è più scuro di B , P deve essere
 più scuro di Q) ^{vene invece la} ~~per la~~ condizioni di somiglianza fra A e P e
 B e Q , l'altra condizione che concorre a determinare la traspar-
 enza, in quanto P oltre che con Q deve ad uniscersi con A , Q albu-
 che con P deve ad uniscersi con B . L'una e l'altra condizione
 sono controllabili sperimentalmente.

b) ~~caso~~ ultravioleto ^{non ottimale} ~~comunemente descritto~~: la trasparenza
 se T non è uniforme.

$$\beta \neq \nu$$

$$P - (1-\beta)A = \beta T$$

$$T = \frac{P - (1-\beta)A}{\beta}$$

$$Q - (1-\nu)B = \nu T$$

$$T = \frac{Q - (1-\nu)B}{\nu}$$

e usando gli indici di trasparenza e gli indici degli
 indici di opacità β e ν

$$T = \frac{P - \alpha A}{1 - \alpha}$$

$$T = \frac{Q - \nu B}{1 - \nu}$$

da cui

$$\frac{P - \alpha A}{1 - \alpha} = \frac{Q - \nu B}{1 - \nu}$$

oppure, essendo $\beta = 1 - \alpha$ e $\nu = 1 - \nu$

In Interpretatione \mathcal{L}

$\alpha = 1$ Transf. \Rightarrow α ist $A = T, B = Q$

$\alpha = 0$ operat. \widehat{G}

$S \in N \mathcal{B} G$

$$\mathcal{J}(P - \alpha A) = \beta(Q - \gamma B)$$

$$(1 - \gamma)(P - \alpha A) = (1 - \beta)(Q - \gamma B)$$

$$P - \alpha A - P\gamma + \gamma A = Q - \gamma B - Q\beta + \beta B$$

$$+\alpha A\gamma - \gamma B\alpha - \alpha A + Q\beta = Q - \gamma B - P + P\gamma$$

$$\alpha(\gamma A - \gamma B + Q - P) = Q - P + \beta(P - B)$$

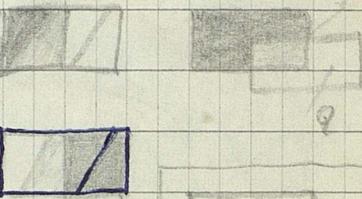
$$\alpha = \frac{Q - P + \beta(P - B)}{Q - P + \gamma(A - B)}$$

$$\alpha = \frac{Q - P + \beta(P - B)}{Q - P + \gamma(A - B)}$$

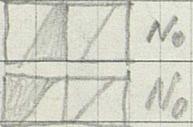
caso speciale

$$Q = B$$

$$1) \frac{P-Q}{A-B} \rightarrow \frac{P-B}{A-B} \text{ se } B=0 \rightarrow \frac{P}{A}$$

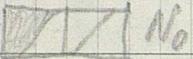


$$A \neq B$$



No

$$P \neq B$$



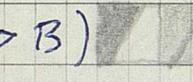
No

$$|A-B| \leq |P-B|$$



No

$$(A > B) \supset (P > B)$$



No

$$\text{se } B=0$$

$$A \neq 0$$

$$B \neq 0$$

$$A \geq P$$



No

$$(A > 0) \supset (P > 0)$$



No



ammessa

Effetto lenti vista

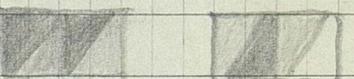
La equazione della trasformazione

$$\text{ammesso } A = P$$

$$\text{Non escluse } B = Q$$

$$(A = P) \wedge (B = Q)$$

$$P = B ?$$



non ammesso

$$\text{escluse } A = B$$

$$P = Q$$

$$A = P = B$$

$$A = P = Q$$

Un primo controllo si può eseguire costruendo una serie di figure per le quali, in base alla formula, è prevista la possibilità della trasparenza (presenza di una condizione necessaria) o l'impossibilità (assenza di una condizione necessaria).

1. Nelle fig. 1-5 $A=B$, cioè è assente la condizione necessaria $A \neq B$, quindi dovrebbe essere esclusa la trasparenza. Si hanno invece i seguenti casi di trasparenza.

Fig. 3, 4, 5. Si notato che A e B sono le zone opache, mentre P e Q sono le zone che si sovrappongono. Quindi si ha trasparenza nella condizione $A=B$ soltanto se sono trasparenti i due grigi. Invece se in fig. 3 è trasparente il nero (e il grigio scuro), in fig. 4 e 5 il bianco e il grigio chiaro. Cioè il nero in fig. 3 e il bianco in fig. 4 e 5 diventa per una parte opaco e per una parte trasparente. Si ha cioè $A=P$ (oppure $B=Q$, che è lo stesso) caso che non è escluso dalla formula (effetto Bouisse).

C'è invece un caso che contrasta con la previsione: in fig. 1, a destra si vede un quadrato nero che traspare sotto un velo grigi nero. Resta da stabilire se si tratta o no di un fatto in contrasto con le previsioni ricavate dalla formula (fuora sarebbe l'unico). Se si tratta di no, perché la formula si fonda su un tipo di trasparenza (in cui P e Q si riuniscono in due strati, di cui il primo opaco, si identifica in parti con A e in parti con B , mentre il secondo forma una lamina o un velo trasparente) e prevede quindi questo tipo di trasparenza. Da qui: «Nel caso di fig. 1 solo il grigio nero è trasparente mentre il grigio chiaro è assolutamente opaco, e il nero si rinvia, se mai, a si completa assolutamente».

Anche in fig. 5 si può percepire trasparenza della parte comune di appartenenti ad ~~rettangoli~~ rettangoli nero, ma il rettangolo bianco è, per ragioni di contrasto (?), sormontato dall'opaco.

2. Nelle Fig. 6-10 $P=Q$, cioè è assente la condizione necessaria $P \neq Q$; quindi dovrebbe essere esclusa la trasparenza, ciò che in realtà si verifica.

3. Nelle Fig. 11-16 $A=B$ e $P=Q$, quindi, applicando la formula si ottiene $\alpha = 0$, cioè si può attribuire qualsiasi valore, eppure non si possono risultati: Non c'è trasparenza, o si ottiene una forma di trasparenza vibrante di tutta la figura (p.es. Fig. 11, 12, 13: un rettangolo di vetro diviso in due quadrati e dietro la figura \blacksquare opaca).

4. Nelle Fig. 17, 18, 19 sono presenti le due condizioni nel caso in cui $|A-B| > |P-Q|$ e $(A > B) \supset (P > Q)$. Si ha trasparenza.

5. Nelle Fig. 20-26 $|A-B| < |P-Q|$, cioè è assente la condizione necessaria $|A-B| > |P-Q|$, quindi dovrebbe esserci esclusa la trasparenza.

La previsione risulta esatta. Nei casi in cui si determina trasparenza (Fig. 22, 24, 25) si ha costantemente trasparenza dei due grigi (cioè c'è un velo perimetriale con un buco nel mezzo, dal quale si vedono direttamente il bianco e il nero); in questo caso $P \neq Q$ sono i due grigi, la cui riflessività è minore di quella tra il bianco e il nero, e quindi la trasparenza si realizza nella situazione $|A-B| > |P-Q|$.

6. Nelle Fig. 27-30 si ha $A > B$, $P < Q$, cioè è assente la condizione necessaria $(A > B) \supset (P > Q)$ e quindi è esclusa la trasparenza, che in effetti non compare nelle 4 figure.

7. Nelle figure 31-33 i due grigi $P \neq Q$ sono molto diversi: secondo la formula $\alpha = \frac{P-Q}{A-B}$ si dovrebbe avere numeri ad 1, quindi la trasparenza dovrebbe essere molto grande e in altre parole la lamina dovrebbe cioè avvicinarsi a quella del vetro. Il risultato conferma l'aspettativa.

8. Nelle figure 34-36 i due grigi $P \neq Q$ sono molto simili quindi α dovrebbe essere piccolo e quindi la lamina D dovrà essere poco trasparente (cioè contenere molti colori). Anche questa previsione è confermata.

Turbine formula

$$\underline{V + W + S}$$

$$\begin{matrix} 1+3+6 \\ 4+4+2 \\ 4,5 \ 3,5 \ 4 \end{matrix}$$

$$A_1 + B_1 + C_1 = K$$

$$A_2 + B_2 + C_2 = K$$

~~$$\alpha A_1 + (1-\alpha) A_2 + \alpha B_1 + (1-\alpha) B_2 + \alpha C_1 + (1-\alpha) C_2 = P$$~~

$$\alpha A + (1-\alpha) T = P$$

$$\alpha (V_A + W_A + S_A) + (1-\alpha) \frac{V}{2} + W + \frac{S}{2} = V_p + W_p + S_p$$

A che cosa serve la discussione
del problema in gruppi.

Ep. La formazione delle cellule
spesso provare con un sol

Tensione

Pr. permettere

di vedere se il numero maggiore o minore
di grana o danneggi, e
in quali casi provoca
danneggi.

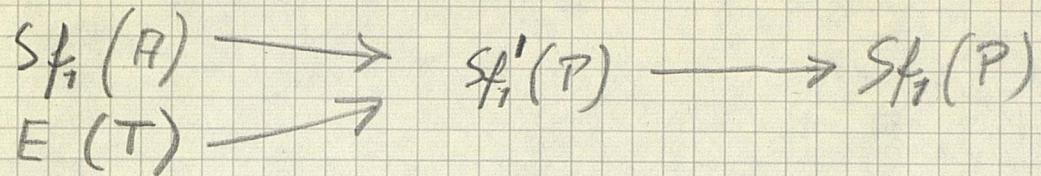
provare con le barre

1) con 1 ore tare

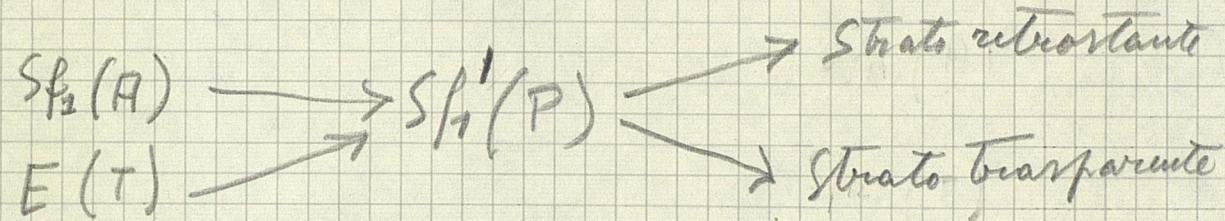
un braccio fermo in cui trabocca con
se stesso (per quelli che hanno le tare)
come la salma di Gesù
Non farlo al di fuori - chiedere

13

Situazione 3



Situazione 4



Stimolazione
distale

Stimolazione
a livello nella
fase ritmica S'_1

Risultato
percezione

Condizioni cromatiche

Dall'analisi delle condizioni figurali della trasparenza è risultato che le tendenze unificatrici contrastanti che stanno alla base del fenomeno possono essere messe in azione anche dalle sole condizioni cromatiche quando le condizioni figurali sono neutre, cioè non favoriscono né ostacolano i processi di unificazione. E' risultato inoltre che la scissione fenomenica che costituisce l'aspetto più tipico del fenomeno, è legata alle condizioni cromatiche.

Ne derivano due problemi: a) secondo quale legge si determina la scissione cromatica? b) quali sono le condizioni cromatiche necessarie perchè si determini la trasparenza?

Il problema della scissione cromatica è stato affrontato ~~in modo particolarmente profondo~~ sotto la guida di per la prima volta da G. Heider ~~in collaborazione con~~ Koffka. Secondo la teoria enunciata dai suddetti autori, se una superficie si scinde in due superfici viste una dietro l'altra (per trasparenza), il rapporto fra i colori delle due superfici di scissione e il colore della superficie originaria è rigidamente stabilito dalla legge sulla fusione cromatica (Legge di Talbot). I due colori percepiti nelle due superfici di scissione saranno tali che fusi con un apparecchio a rotazione danno come colore di fusione il colore della superficie originaria.

Il problema dal quale erano partiti Koffka e Heider era il seguente: Un episcopista azzurro (cioè un disco rotante azzurro con un settore mancante) ruota davanti a una figura gialla su uno sfondo nero, essendo la figura completamente coperta dall'episcopista, mentre lo sfondo ne è coperto solo in parte, e essendo l'ampiezza del settore dell'episcopista tale che l'azzurro dell'epi-

scotista fuso col giallo della figura dia un grigio neutro(1).

In questa situazione si vede una figura gialla coperta da un velo azzurro. Perchè la figura appare gialla? Non perchè è gialla ~~quando è vista direttamente~~ (senza l'episcotista); infatti la retina è stimolata dal colore di fusione, che è grigio, e il soggetto non è informato del colore della figura. La spiegazione di Koffka-Heider è che il velo trasparente dell'episcotista, costituendo un oggetto unitario, ha tutto lo stesso colore azzurro, e quindi, essendo grigio il colore di fusione della zona corrispondente alla figura, in base all'equazione giallo + azzurro = grigio da cui grigio - azzurro = giallo, la figura vista attraverso il velo azzurro dovrà essere di necessità gialla, e di un giallo tale da produrre il grigio se fuso all'azzurro del velo trasparente. In altre parole, il giallo visto per trasparenza non è il giallo della figura originaria, ma il risultato della separazione dell'azzurro dal grigio che rappresenta la stimolazione retinica, risultato che è determinato rigorosamente dalle caratteristiche cromatiche del velo trasparente azzurro.

Mentre nelle condizioni sperimentali suddette, in cui le condizioni di partenza sono costituite da un oggetto opaco di colore definito (la figura gialla) e un oggetto trasparente pure di colore definito e variabile a piacere (il velo dell'episcotista) mentre il colore di fusione constatabile per mezzo dello

(1) Ciò si può controllare usando uno ~~schermo~~ di riduzione, cioè uno schermo con un foro in corrispondenza della figura gialla: in tal caso il colore del foro sarà grigio.

schermo di riduzione è il risultato della sovrapposizione dei due, le conclusioni di Koffka possono apparire artificiose, nelle condizioni sperimentali introdotte da Metzger, in cui il punto di partenza è una superficie (1) di colore definito, mentre, in seguito alla giustapposizione con latre superfici, tale superficie si scinde in due superfici sovrapposte di colore diverso, il problema dei caratteri cromatici delle due superfici sovrapposte e delle condizioni che determinano tali caratteri si impone naturalmente. Si tratta anzitutto di stabilire se, tradotta in termini quantitativi, la teoria di Koffka-Heider è controllabile e risulta confermata; come tale teoria si adatti alla teoria dei quattro campi, e cioè al fatto che sono da considerare due sdoppiamenti fenomenici in luogo di uno; come, anche limitatamente agli aspetti considerati da Koffka-Heider, e cioè alla considerazione di una sola zona comune, la teoria tenga conto del fatto che in una situazione di protrusione vicendevole vi è da considerare la tendenza alla unificazione (e quindi dell'eguagliamento) sia della figura trasparente che della figura opaca (che nella situazione considerata da Koffka coincideva con la zona comune).

Per tradurre le condizioni considerate dall'ipotesi di Koffka-Heider in termini quantitativi conviene inizialmente limitarsi a considerare le situazioni in cui tutte le regioni prese in considerazione si presentano in tonalità acromatiche della serie bianco-grigio-nero.

Limitatamente a queste condizioni è possibile tradurre la sequenza ordinata dei grigi che vanno dal nero al bianco in termini quantitativi, facendo corrispondere ad ogni tonalità di grigio il numero, intero o frazionario, di gradi di bianco b che, fatto ruotare in un disco di Maxwell insieme a 360- b gradi di nero, dà luogo ad una uguale tonalità di grigio di fusione (1).

Ciò posto, possiamo esaminare la possibilità di esprimere in termini quantitativi la teoria di Koffka-Heider. Come esprimere quantitativamente la fusione cromatica fra una superficie grigia trasparente P_1 e una superficie grigia di chiarezza diversa, opaca P_2 , vista attraverso la prima? Partiamo dall'ipotesi semplicistica che nella fusione i due grigi partecipano in ugual misura. In tal caso, secondo la teoria di K-H, il grigio della zona comune dovrebbe corrispondere al grigio ottenuto facendo girare un disco di Maxwell costituito per metà dal grigio P_1 e per metà dal grigio P_2 . Sostituendo poi a ciascuna delle due metà un settore bianco e un settore nero il cui rapporto angolare sia tale da dare in rotazione un grigio corrispondente, e sommando i settori bianchi delle due metà, si ottiene l'espressione quantitativa corrispondente al grigio di fusione. Così ad esempio, se P_1 è un grigio che si ottiene per fusione di 90° di bianco e (360 - 90)° di nero, cioè nei termini quantitativi fissati più sopra, è un grigio 90; P_2 è un grigio che si ottiene per fusione da 260° di Bianco e (360 - 260)° di nero, cioè un

(1) oppure la corrispondente proporzione. Nel primo caso la sequenza di grigi corrisponderà ai numeri 0 - 360, nel secondo caso ai numeri 0 - 1.

grigio 260), per ottenere la fusione si utilizzeranno 180° del disco di fusione per ciascun dei due grigi, cioè per P_1 45° di bianco e $(180 - 45)^\circ$ di nero, e per P_2 130° di bianco e $(180 - 130)^\circ$ di nero, e quindi il colore di fusione avrà $130 + 45 = 175^\circ$ di bianco e $(360 - 175)^\circ$ di nero, cioè sarà un grigio 175. In altre parole $P = \frac{P_1}{2} + \frac{P_2}{2} = \frac{P_1 + P_2}{2}$, cioè il colore di fusione è, anche in termini quantitativi, di tonalità intermedia fra i colori costituenti, cioè è la media aritmetica (e non la somma) dei numeri che rappresentano i colori costituenti.

Tuttavia l'ipotesi che la superficie trasparente P_2 e la superficie opaca retrostante P_1 , contribuiscano in misura uguale a costituire il colore di riduzione della superficie P , o rispettivamente che la superficie P suddivida in misura eguale il proprio colore nelle superfici di scissione P_1 e P_2 , non appare sufficientemente fondata. Consideriamo infatti il seguente esempio, che ripete le condizioni dell'esperimento di Koffka-Heider, solo che i colori sono tutti tonalità di grigio: nero lo sfondo, grigio chiaro la figura, grigio scuro l'episcotista, cioè Sfondo 0, Figura 220, Episcotista 40. Se l'episcotista ha un'apertura di 180°, la fusione avverrà, corrispondentemente all'ipotesi precedente, partecipando in ugual misura il colore dell'episcotista e il colore della figura o rispettivamente dello sfondo, per cui si avranno come colori di riduzione $\frac{0 + 40}{2} = 20$ per lo sfondo e $\frac{220 + 40}{2} = 130$ per la figura. Ma se riduciamo l'apertura dell'episcotista ad 1/4, in modo che la superficie ruotante dell'episcotista passi da 180 a 270°, la fusione avver-
(cioè da $\frac{1}{2}$ a $\frac{3}{4}$)

rà nel rapporto $\frac{1/4}{1/4} \frac{3/4}{3/4}$ (1) e si avrà quindi come colore di riduzione non più $\frac{0+40}{2}$ ma $\frac{1(0)+3(40)}{1+3} = 30$ per lo sfondo e $\frac{1(220)+3(40)}{1+3} = 85$ per la figura.

Si ha cioè in generale $P = \frac{aP_1 + bP_2}{a+b}$ ⁽²⁾ in cui i coefficienti ponderati a e b stanno ad indicare la misura nella quale le superfici P_1 e P_2 contribuiscono a determinare il colore di P o, viceversa, in che rapporto il colore di P si suddivide nei colori di fusione P_1 e P_2 . Va tenuto presente però che i coefficienti non caratterizzano il colore di P_1 e P_2 , ma una dimensione diversa, cioè la trasparenza, e siccome il colore trasparente è P_2 , conviene modificare la formula per mettere in evidenza questo carattere. Sostituendo ad a e b $\lambda = \frac{a}{a+b}$ e $\beta = \frac{b}{a+b}$ avremo $P = \lambda P_1 + \beta P_2$, e siccome $\lambda + \beta = 1$ potremo scrivere $P = (1-\beta)P_1 + \beta P_2$. ⁽³⁾

(3) Infatti $\frac{aP_1 + bP_2}{a+b} = \frac{a}{a+b} P_1 + \frac{b}{a+b} P_2$

in cui $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b} = \frac{a+b}{a+b} = 1$

quindi, usando i simboli $\lambda = \frac{a}{a+b}$ e $\beta = \frac{b}{a+b}$

si ha $\lambda + \beta = 1$

e quindi $\lambda = 1 - \beta$

(1) Infatti nella saturazione precedente, il singolo elemento rettangolo veniva stimolato per metà del tempo dalla luce riflessa dall'episcotista, e per metà dalla luce riflessa dalla figura dallo sfondo, mentre nella nuova situazione i sensi di stimolazione sono $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{4}$. ^{situazione tempo}

(2) Cioè $P = \text{media aritmetica ponderata di } P_1 \text{ e } P_2$

(4) Infatti se $a=b$ significa che P_1 lascia passare per metà la luce riflessa da P_2 , mentre se $a = \frac{1}{4} b$, vuol dire che ne lascia passare solo $\frac{1}{4}$. Quindi il rapporto in cui fondono i due colori misura la $\frac{1}{4}$ trasparenza di P_2 .

Il punto importante è che una volta definite le regole per cui un colore può essere rappresentato per mezzo di un numero, e fissati dei numeri a rappresentare P_1 e P_2 i coefficienti α e β non determinano né modificano in alcun modo i colori di P_1 e P_2 ma indicano in che modo (in che misura) tali colori vengono a combinarsi nel formare P . Ma che cosa verrà a determinare tale ripartizione, se cioè dei due ingredienti che formano P , sarà utilizzato in maggiore misura P_1 o P_2 ?

Poichè i due colori sono sovrapposti, e P_2 sta sopra P_1 , dipenderà dalle caratteristiche di P_2 se, ed in quale misura, P_1 può passare, ~~ma~~ non dalla qualità di colore di P_2 (1), ma dalla densità o quantità di colore; cioè da un'altra dimensione (2), diversa da quella bianco-nero. E tale dimensione sussiste indipendentemente dal fatto che per ottenere un colore sia stato utilizzato l'episcotista.

Questa particolare dimensione è misurata indifferentemente da uno o dall'altro dei due coefficienti α e β , a seconda che si vuol misurare la proporzione di colore (grado di opacità, coefficiente β) o la proporzione di "nulla" (grado di trasparenza, coefficiente α) che c'è in P_2 .

Infatti se $\alpha = 1$, $\beta = 0$ lo schermo è perfettamente trasparente e non ha colore, e quindi tutto il colore di P deriva da P_1 ; se $\alpha = 0$, $\beta = 1$, lo schermo è opaco e tutto il colore di P deriva da P_2 , cioè si realizza la situazione della presenza amodale: P_1 è percettivamente presente, ma il colore di P va tutto a P_2 , tanto è vero che P non si distingue da P_2 .

-
- (1) Per quanto le due caratteristiche, qualità cromatica e trasparenza non siano del tutto indipendenti (v. Tudor-Hart ~~P. B. T. F.~~)
 - (2) In altre parole, ogni colore della serie bianco-nero dovrebbe essere rappresentato da una coppia di numeri, o da una terna, se si considerano separatamente chiarezza e bianchezza.

La sperimentazione con l'episcotista potrà permettere di studiare gli altri fattori che modificano la trasparenza per uno stesso rapporto di apertura dell'episcotista, consentendo eventualmente di determinare una formula empirica. In queste condizioni la ricerca si svolge partendo da $\alpha P_1 + (1 - \alpha) P_2$ in quanto P_1 e P_2 sono i termini noti e P è l'incognita.

Sembra tuttavia molto interessante l'altra direzione di ricerca in cui si parte da P per arrivare a $\alpha P_1 + (1 - \alpha) P_2$, in cui cioè ci si chiede quali saranno i colori e quale il grado di trasparenza nella scissione fenomenica di un determinato grigio P .

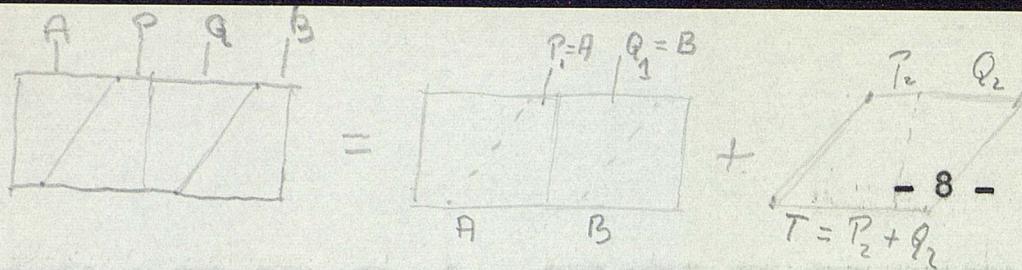
Va notato che, posta nei termini della formula, la soluzione è indeterminata, poiché lo stesso P si può ottenere a partire da diversi colori (cioè a partire da diversi valori di P_2 , fermo restando P_1 , o da diversi valori di P_1 , fermo restando P_2 , o da diversi valori di P_1 e di P_2) se nel contempo varia il grado di trasparenza.

Es. $P = 125 = .25(80) + 0,75(140) = 0,50(80) + 0,50(170)$

Di fronte alle ampie possibilità di variazione dei colori delle due superfici di scissione P_1 e P_2 in concomitanza al grado di trasparenza della superficie anteriore P_2 (fermo restando il colore di P) viene fatto di chiedersi che cosa determini i colori e il grado di trasparenza in ogni caso concreto di scissione fenomenica (1).

Abbiamo veduto che le condizioni "normali" del fenomeno della trasparenza implicano quattro regioni A, P, Q, B. Vediamo di applicare le precedenti deduzioni a una situazione di questo genere, per considerare successivamente il caso particolare considerato da Koffka, in cui sono implicate soltanto tre regioni P, Q, B (2).

-
- (1) E' forse utile anticipare la soluzione proposta per le situazioni paradigmatiche di trasparenza APQB (cioè doppia protrusione); si fa l'ipotesi che i colori delle due superfici di scissione e il grado di trasparenza si determinino in modo che $P_2 = Q_2$, cioè $T_1 = T_2 = T$ (il colore dello schermo trasparente è uguale in tutte le sue parti).
- (2) Hoc est in votis: non l'ho fatto ancora.



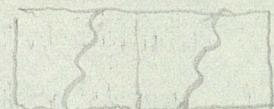
Quando si determina la trasparenza, si ha scissione fenomenica delle due regioni $P = P_1, P_2$ e $Q = Q_1, Q_2$. Applicando la precedente relazione avremo dunque

$$P = (1 - \beta) P_1 + \beta P_2 \quad Q = (1 - \beta) Q_1 + \beta Q_2$$

in cui P, P_1, P_2, Q, Q_1, Q_2 sono tonalità di grigio espresse quantitativamente col numero dei gradi di bianco necessari per ottenere le suddette tonalità di grigio per fusione col nero, nel disco di Maxwell.

β sono le misure dell'opacità di P_2 e di Q_2 , espresse in proporzione della parte colorata dell'episcotista rispetto alla parte ~~luminosa~~ (lacunosa!)

$$\text{Ma } P_1 = A \quad Q_1 = B \quad P_2 = Q_2 = T$$



Cioè la scissione fenomenica si determina in quanto le superfici di scissione P_1 e Q_1 si identificano rispettivamente con le regioni A e B , mentre le due superfici di scissione trasparenti P_2 e Q_2 costituiscono un unico oggetto T trasparente di colore uniforme.

Si ha dunque

$$P = (1 - \beta) A + \beta T \quad Q = (1 - \beta) B + \beta T$$

Il che significa che P si ottiene per fusione da A e T presi nelle proporzioni $1 - \beta$ e β ; analogamente va interpretata l'equazione di Q .

Considerando il fenomeno nella sua forma ottimale, in cui la trasparenza di T è uniforme, cioè $\beta = \beta$

Si ha

$$P - (1 - \beta) A = \beta T \quad Q - (1 - \beta) B = \beta T$$

da cui

(1) utile per ottenere un solo valore di trasparenza equivalente
a fusione standard.

$$P - (1 - \beta) A = Q - (1 - \beta) B$$

$$P - A + \beta A = Q - B + \beta B$$

$$\beta A - \beta B = Q - B - P + A$$

$$\beta = \frac{A - B + Q - P}{A - B} = 1 - \frac{P - Q}{A - B}$$

oppure, più semplicemente, essendo $\lambda = 1 - \beta$, cioè usando l'indice di trasparenza invece dell'indice di opacità

$$P - \lambda A = Q - \lambda B$$

da cui $\lambda = \frac{P - Q}{A - B}$ (1)

Da tale equazione si possono ricavare le seguenti deduzioni:

- 1) Fissati A, B, P, Q , il grado di trasparenza è determinato. (Va tenuto presente che l'indice di trasparenza λ dà la proporzione di "nulla" che c'è nel colore di T , e che non ha niente da fare con l'evidenza con cui si impone la trasparenza).
- 2) Dalle suindicate equazioni sembra discendere che A, B, P, Q si possono scegliere liberamente. Va tuttavia tenuto presente che l'indice di trasparenza pone le seguenti restrizioni: esso deve essere diverso da 0 (altrimenti non si ha trasparenza) e positivo (un indice di trasparenza negativo non avrebbe senso), e non superiore a 1, e quindi di conseguenza si deve avere avere anche

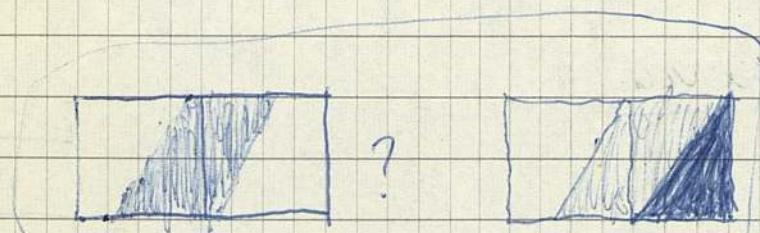
$$A \neq B \quad P \neq Q \quad |A - B| \geq |P - Q| \quad (A > B) \Rightarrow (P > Q) \\ (\lambda < B) \Rightarrow (P < Q)$$

(cioè fissando $A > B$ le espressioni si riducono a $P > Q$).

(1) Siccome la formula usata tiene conto di condizioni (giurate) è valida quando le concentrazioni parziali sono nulle. Bisogna tenere conto di questo per poter usare la formula.

L'importanza delle deduzioni così ottenute sta nel fatto che esse rappresentano altrettante condizioni necessarie della trasparenza, dedotte per via algebrica e controllabili sperimentalmente. Così la relazione $|A - B| \geq |P - Q|$ definisce la affinità di P e Q, necessaria affinchè si determini la tendenza all'unificazione di P e Q; la somiglianza fra P e Q deve essere maggiore, o almeno non minore della somiglianza fra A e B. Con la relazione $A > B \Rightarrow P > Q$, cioè se A è più chiaro di B, allora P deve essere più chiaro di Q (e $A < B \Rightarrow P < Q$ cioè se A è più scuro di B, P deve essere più scuro di Q) viene posta una condizione di portata molto ampia, che include una serie di situazioni non ancora studiate; comunque essa include la condizione $A > P > Q > B$ (e $A < P < Q < B$) che rappresenta la relazione tra i grigi che si ritrova più comunemente nelle situazioni di trasparenza, ed esclude la condizione $A > P$, $P < Q$, $Q > B$ condizione che, come è stato constatato nel precedente lavoro, esclude la trasparenza.

3. La formula consente inoltre di fare delle previsioni sul grado di trasparenza. Se $(P-Q)$ è molto più piccolo di $(A-B)$ (cioè P e Q sono molto simili) la trasparenza deve essere piccola (T molto opaco) mentre se $(P-Q)$ è grande e si avvicina ad $A-B$ (senza superarlo) si dovrà avere trasparenza massima (T vitreo).



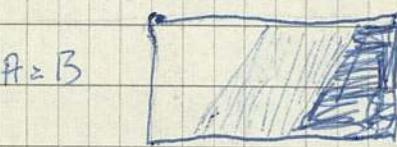
?



mo



$A=B$



$P=Q$

mo

mo

$A > B > P > Q$



$A > P > Q > B$

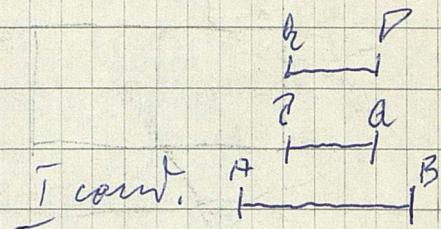


$A > P, P > Q, Q > B$

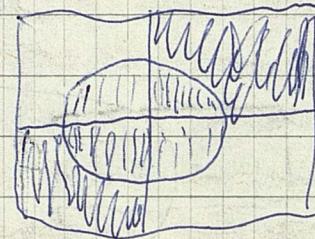
P.6

Qui la nostra storia molto complicata nella sua formulazione. Si tratta di stabilire una situazione standard per il calcolo dell'episotilta, e stabilire (come si stabilisce per un gruppo) l'equivalenza con un gruppo di cui si conoscano i rapporti tra i componenti (branca e uovo) e l'equivalenza fra la trasparenza di tale episotilta e la trasparenza della lamina trasparente in una situazione concreta. Si notato che tale equivalenza si dovrebbe stabilire anche in una situazione in cui si fa effettuare la trasparenza mediante l'episotilta, poiché non è detto che la trasparenza si ritorni nella stessa forma dall'episotilta.

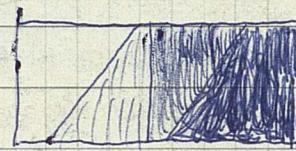
colore e trasparenza del vetro



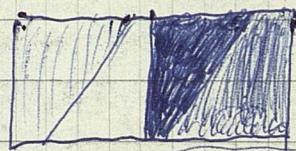
Vedere cosa accadrà
non ho che curiosità?



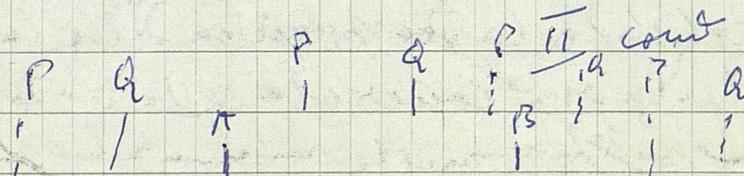
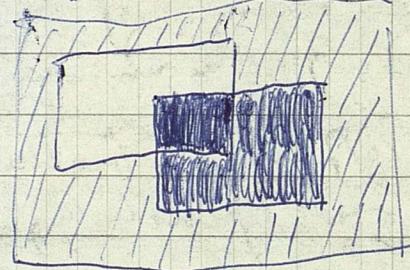
$$|A-B| > |P-Q|$$



$$|A-B| > |P-Q|$$



$$|A-B| < |P-Q|$$



\neq = regole che si ricorda ed è a esattamente così
in due strati; di cui quello inferiore = P

Un primo controllo si può eseguire costruendo una serie di figure per le quali, in base alla formula, è prevista la possibilità della trasparenza (presenza di una condizione necessaria) o l'impossibilità (assenza di una condizione necessaria).

1. Nelle fig. 1-5 $A = B$, cioè è assente la condizione necessaria $A \neq B$, quindi dovrebbe essere esclusa la trasparenza.

Si hanno invece i seguenti casi di trasparenza:

Fig. 3,4,5. Va notato che A e B sono le zone opache, mentre P e Q sono le zone che si sdoppiano. Quindi si ha trasparenza nelle condizioni $A = B$ soltanto se sono trasparenti i due grigi. Invece in Fig. 3 è trasparente il nero (e il grigio scuro), in Fig. 4 e 5 il bianco e il grigio chiaro. Cioè il nero in Fig. 3 e il bianco in Fig. 4 e 5 diventa per una parte opaco e per una parte trasparente. Si ha cioè $A = P$ (oppure $B = Q$, che è lo stesso) caso che non è escluso dalla formula (effetto Kanizsa).

C'è invece un caso che contrasta con la previsione: in Fig. 1, a destra si vede un quadrato nero che traspare sotto un velo grigio scuro. Resta da stabilire se si tratta o non di un fatto in contrasto con le previsioni ricavate dalla formula (finora sarebbe l'unico). Sembra di no, perché la formula si fonda su un tipo di trasparenza (in cui P e Q si scindono in due strati, di cui il primo, opaco, si identifica in parte con A e in parte con B , mentre il secondo forma una lamina omogenea trasparente) e prevede quindi questo tipo di trasparenza. Nel caso di Fig. 1 solo il grigio scuro è trasparente mentre il grigio chiaro è assolutamente opaco, e il nero di sinistra, se mai (?) si completa amodalmente.

Anche in Fig. 5 si può percepire trasparenza della parte comune come appartenente al rettangolo nero. Ma il rettangolo bianco è, per ragioni di contrasto (?) diversissimo dallo sfondo.

2. Nelle Fig. 6-10 $P = Q$, cioè è assente la condizione necessaria $P \neq Q$; quindi dovrebbe essere esclusa la trasparenza, ciò che in realtà si verifica.

3. Nelle Fig. 11-16 $A = B$ e $P = Q$, quindi, applicando la formula si ottiene $\lambda = \frac{0}{0}$ cioè λ può assumere qualunque valore, e perciò non si possono fare previsioni. Risultati: Non c'è trasparenza, o si determina una forma di trasparenza vitrea di tutta la figura (per es., Fig. 11, 12, 13: un rettangolo di vetro diviso in due quadrati e dietro la figura  opaca).

4. Nelle Fig. 17, 18, 19 sono presenti le due condizioni necessarie $|A-B| \geq |P-Q|$ e $(A > B) \circ (P > Q)$. Si ha trasparenza.

5. Nelle Fig. 20-26 $|A-B| < |P-Q|$, cioè è assente la condizione necessaria $|A-B| \geq |P-Q|$; quindi dovrebbe essere esclusa la trasparenza.

La previsione risulta esatta. Nei casi in cui si determina trasparenza (Fig. 22, 24, 25) si ha costantemente trasparenza dei due grigi (cioè c'è un velo perimetrale con un buco nel mezzo, dal quale si vedono direttamente il bianco e il nero); in questo caso P e Q sono i due grigi, la cui differenza è minore di quella tra il bianco e il nero, e quindi la trasparenza si realizza nella situazione $|A-B| > |P-Q|$.

6. Nelle Fig. 27-30 si ha $A > B$, $P < Q$, cioè è assente la condizione necessaria $(A > B) \circ (P > Q)$ e quindi è esclusa la trasparenza, che in effetti non compare nelle 4 figure.

7. Nelle figure 31-33 i due grigi P e Q sono molto diversi: secondo la formula $\lambda = \frac{P-Q}{A-B}$ λ dovrebbe avvicinarsi ad 1, quindi la trasparenza dovrebbe essere molto grande cioè avvicinarsi a quella del vetro. Il risultato conferma l'aspettativa.

8. Nelle figure 34-36 i due grigi P e Q sono molto simili quindi λ dovrebbe essere piccolo e quindi la lamina D dovrebbe essere poco trasparente (cioè contenere molto colore). Anche questa previsione è confermata.

F. Metelli

Redazione
provvisoria

Condizioni cromatiche della Trasparenza

Dall'analisi delle condizioni figurali della trasparenza è risultato che le tendenze unificatrici contrastanti che stanno alla base del fenomeno possono essere messe in azione anche dalle sole condizioni cromatiche quando le condizioni figurali sono neutre, cioè non favoriscono né ostacolano i processi di unificazione. E' risultato inoltre che la scissione fenomenica che costituisce l'aspetto più tipico del fenomeno, è legata alle condizioni cromatiche.

Ne derivano due problemi: a) secondo quale legge si determina la scissione cromatica? b) quali sono le condizioni cromatiche necessarie perchè si determini la trasparenza?

a) Il problema della scissione cromatica è stato affrontato per la prima volta ^{in una direzione particolarmente fruttuosa} da G. Heider ^{sotto la guida di} in collaborazione con Koffka. Secondo la teoria enunciata dai suddetti autori, se una superficie si scinde in due superfici viste una dietro l'altra (per trasparenza), il rapporto fra i colori delle due superfici di scissione e il colore della superficie originaria è rigidamente stabilito dalla legge sulla fusione cromatica (Legge di Talbot). I due colori percepiti nelle due superfici di scissione ^{sono cioè} ~~saranno~~ tali che fusi con un apparecchio a rotazione danno come colore di fusione il colore della superficie originaria. //

Il problema dal quale erano partiti Koffka e Heider era il seguente: Un episcopista azzurro (cioè un disco rotante azzurro con un settore mancante) ruota davanti a una figura gialla su uno sfondo nero essendo la figura completamente coperta dall'episcopista, mentre lo sfondo ne è coperto solo in parte e essendo l'ampiezza del settore dell'episcopista tale che l'azzurro dell'epi-

scotista fuso col giallo della figura dia un grigio neutro(1).

In questa situazione si vede una figura gialla coperta da un velo azzurro. Perchè la figura appare gialla? Non perchè è gialla quando è vista direttamente, (senza l'episcotista), infatti la retina è stimolata dal colore di fusione, che è grigio, e il soggetto non è informato del colore della figura; la spiegazione di Koffka-Heider è che il velo trasparente dell'episcotista, costituendo un oggetto unitario, ha tutto lo stesso colore azzurro, e quindi, essendo grigio il colore di fusione della zona corrispondente alla figura in base all'equazione giallo + azzurro = grigio da cui grigio - azzurro = giallo, la figura vista attraverso il velo azzurro dovrà essere di necessità gialla, e di un giallo tale da produrre il grigio se fuso all'azzurro del velo trasparente. In altre parole, il giallo visto per trasparenza non è il giallo della figura originaria, ma il risultato della separazione dell'azzurro dal grigio che rappresenta la stimolazione retinica, risultato che è determinato rigorosamente dalle caratteristiche cromatiche del velo trasparente azzurro.

Mentre nelle condizioni sperimentali suddette, - in cui le condizioni di partenza sono costituite da un oggetto opaco di colore definito (la figura gialla) e un oggetto trasparente pure di colore definito e variabile a piacere (il velo dell'episcotista) mentre il colore di fusione constatabile per mezzo dello

(1) Ciò si può controllare usando uno schermo di riduzione, cioè uno schermo con un foro in corrispondenza della figura gialla: in tal caso il colore del foro sarà grigio.

schermo di riduzione è il risultato della sovrapposizione dei due, le conclusioni di Koffka possono apparire artificiose, nelle condizioni sperimentali introdotte da Metzger, in cui il punto di partenza è una superficie (1) di colore definite, mentre, in seguito alla giustapposizione con ~~l~~tre superfici, tale superficie si scinde in due superfici sovrapposte di colore diverso; il problema dei caratteri cromatici delle due superfici sovrapposte e delle condizioni che determinano tali caratteri si impone naturalmente. Si tratta anzitutto di stabilire se, tradotta in termini quantitativi, la teoria di Koffka-Heider è controllabile e risulta confermata; come tale teoria si adatti alla teoria dei quattro campi, e cioè al fatto che sono da considerare due sdoppiamenti fenomenici in luogo di uno; come, anche limitatamente agli aspetti considerati da Koffka-Heider, e cioè alla considerazione di una sola zona comune, la teoria tenga conto del fatto che in una situazione di protrusione vicendevole vi è da considerare la tendenza alla unificazione (e quindi dell'eguagliamento) sia della figura trasparente che della figura opaca (che nella situazione considerata da Koffka coincideva con la zona comune).

Per tradurre le condizioni considerate dall'ipotesi di Koffka-Heider in termini quantitativi conviene inizialmente limitarsi a considerare le situazioni in cui tutte le regioni prese in considerazione si presentano in tonalità acromatiche della serie bianco-grigio-nero.

Limitatamente a queste condizioni è possibile tradurre la sequenza ordinata dei grigi che vanno dal nero al bianco in termini quantitativi, facendo corrispondere ad ogni tonalità di grigio il numero, intero o frazionario, di gradi di bianco b che, fatto ruotare in un disco di Maxwell insieme a 360- b gradi di nero, dà luogo ad una uguale tonalità di grigio di fusione (1).

Ciò posto, possiamo esaminare la possibilità di esprimere in termini quantitativi la teoria di Koffka-Heider. Come esprimere quantitativamente la fusione cromatica fra una superficie grigia trasparente P_2 e una superficie grigia di chiarezza diversa, opaca P_1 , vista attraverso la prima? Partiamo dall'ipotesi semplicistica che nella fusione i due grigi partecipano in ugual misura. In tal caso, secondo la teoria di K-H, il grigio della zona comune dovrebbe corrispondere al grigio ottenuto facendo girare un disco di Maxwell costituito per metà dal grigio P_1 e per metà dal grigio P_2 . Sostituendo poi a ciascuna delle due metà un settore bianco e un settore nero il cui rapporto angolare sia tale da dare in rotazione un grigio corrispondente, e sommando i settori bianchi delle due metà, si ottiene l'espressione quantitativa corrispondente al grigio di fusione. Così ad esempio, se P_1 è un grigio che si ottiene per fusione di 90° di bianco e $(360 - 90)^\circ$ di nero, (cioè nei termini quantitativi fissati più sopra, è un grigio 90°) e P_2 è un grigio che si ottiene per fusione da 260° di Bianco e $(360 - 260)^\circ$ di nero, (cioè un

(1) oppure la corrispondente proporzione. Nel primo caso la sequenza di grigi corrisponderà ai numeri 0 - 360, nel secondo caso ai numeri 0 - 1.

grigio 260, per ottenere la fusione si utilizzeranno 180° del disco di fusione per ciascun dei due grigi, cioè per P_1 45° di bianco e $(180 - 45)^\circ$ di nero, e per P_2 130° di bianco e $(180 - 130)^\circ$ di nero, e quindi il colore di fusione avrà $130 + 45 = 175^\circ$ di bianco e $(360 - 175)^\circ$ di nero, cioè sarà un grigio 175. In altre parole $P = \frac{P_1}{2} + \frac{P_2}{2} = \frac{P_1 + P_2}{2}$, cioè il colore di fusione è, anche in termini quantitativi, di tonalità intermedia fra i colori costituenti, cioè è la media aritmetica (e non la somma) dei numeri che rappresentano i colori costituenti.

~~X~~ Tuttavia l'ipotesi che la superficie trasparente P_2 e la superficie opaca retrostante P_1 , contribuiscano in misura uguale a costituire il colore di riduzione della superficie P , o rispettivamente che la superficie P suddivida in misura eguale il proprio colore nelle superfici di scissione P_1 e P_2 , non appare sufficientemente fondata. Consideriamo infatti il seguente esempio, che ripete le condizioni dell'esperimento di Koffka-Heider, solo che i colori sono tutti di tonalità di grigio: nero lo sfondo, grigio chiaro la figura, grigio scuro l'episcotista, cioè Sfondo 0, Figura 220, Episcotista 40. Se l'episcotista ha un'apertura di 180°, la fusione avverrà, corrispondentemente all'ipotesi precedente, partecipando in ugual misura il colore dell'episcotista e il colore della figura o rispettivamente dello sfondo, per cui si avranno come colori di riduzione $\frac{0 + 40}{2} = 20$ per lo sfondo e $\frac{220 + 40}{2} = 130$ per la figura. Ma se riduciamo l'apertura dell'episcotista ad 1/4, in modo che la superficie ruotante dell'episcotista passi da 180 a 270°, la fusione avver-

rà nel rapporto $\frac{1}{4} : \frac{3}{4}$ (1) e si avrà quindi come colore di riduzione non più $\frac{0+40}{2}$ ma $\frac{1(0)+3(40)}{1+3} = 30$ per lo sfondo e $\frac{1(220)+3(40)}{1+3} = 85$ per la figura.

Si ha cioè in generale $P = \frac{aP_1 + bP_2}{a+b}$ (2) in cui i coefficienti ponderati a e b stanno ad indicare la misura nella quale le superfici P_1 e P_2 contribuiscono a determinare il colore di P .

viceversa, in che rapporto il colore di P si suddivide nei colori di fusione P_1 e P_2 . Va tenuto presente però che i coefficienti non caratterizzano il colore di P_1 e P_2 , ma una dimensione diversa, cioè la trasparenza, e siccome il colore trasparente è P_2 , conviene modificare la formula per mettere in evidenza questo carattere. Sostituendo ad a e b la $\frac{a}{a+b}$ e

$\beta = \frac{b}{a+b}$ avremo $P = \alpha P_1 + \beta P_2$, e siccome $\alpha + \beta = 1$ potremo scrivere $P = (1-\beta)P_1 + \beta P_2$ (3) oppure $P = \alpha P_1 + (1-\alpha)P_2$

(3) Infatti $\frac{aP_1 + bP_2}{a+b} = \frac{a}{a+b} P_1 + \frac{b}{a+b} P_2$

in cui $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a+b} = \frac{a+b}{a+b} = 1$

quindi, usando i simboli $\alpha = \frac{a}{a+b}$ e $\beta = \frac{b}{a+b}$

si ha $\alpha + \beta = 1$

e quindi $\alpha = 1 - \beta$

(1) Infatti nella situazione precedente, il singolo elemento retinico veniva stimolato per metà del tempo dalla luce riflessa dall'epicoccina, e per metà dalla luce riflessa dalla figura e dallo sfondo, mentre nella nuova situazione i densi di stimolazione sono $3/4$ e $1/4$.

(2) Cioè P = media aritmetica ponderata di P_1 e P_2

(4) Infatti se $a=b$ significa che P_1 lascia passare per metà la luce riflessa da P_2 , mentre se $a = \frac{1}{4} b$, vuol dire che ne lascia passare solo $\frac{1}{4}$. Quindi il rapporto in cui fondono i due colori misura la $\frac{1}{4}$ trasparenza di P_2 .

Il punto importante è che una volta definite le regole per cui un colore può essere rappresentato per mezzo di un numero, e fissati dei numeri a rappresentare P_1 e P_2 i coefficienti α e β non determinano nè modificano in alcun modo i colori di P_1 e P_2 ma indicano in che modo (in che misura) tali colori vengono a combinarsi nel formare P . Ma che cosa verrà a determinare tale ripartizione, se cioè dei due ingredienti che formano P , sarà utilizzato in maggiore misura P_1 o P_2 ?

Poichè i due colori sono sovrapposti, e P_2 sta sopra P_1 , dipenderà dalle caratteristiche di P_2 se, ed in quale misura, P_1 può passare; ~~ma~~^e non dalla qualità di colore di P_2 (1), ma dalla densità e quantità di colore; cioè da un'altra dimensione (2), diversa da quella bianco-nero. E tale dimensione sussiste indipendentemente dal fatto che per ottenere un colore sia stato utilizzato l'episcotista.

Questa particolare dimensione è misurata indifferentemente da uno o dall'altro dei due coefficienti α e β , a seconda che si vuol misurare la proporzione di colore (grado di opacità, coefficiente β) o la proporzione di "nulla" (grado di trasparenza, coefficiente α) che c'è in P_2 .

Infatti se $\alpha = 1$, $\beta = 0$ lo schermo è perfettamente trasparente e non ha colore, e quindi tutto il colore di P deriva da P_1 ; se $\alpha = 0$, $\beta = 1$, lo schermo è opaco e tutto il colore di P deriva da P_2 , cioè si realizza la situazione della presenza amodale: P_1 è percettivamente presente, ma il colore di P va tutto a P_2 , tanto è vero che P non si distingue da P_2 .

(1) Per quanto le due caratteristiche, qualità cromatica e trasparenza non siano del tutto indipendenti (v. Tudor-Hart *Psych. Rev.* 1920).

(2) In altre parole, ogni colore della serie bianco-nero dovrebbe essere rappresentato da una coppia di numeri, o da una terna, se si considerano separatamente chiarezza e bianchezza.

La sperimentazione con l'episcotista potrà permettere di studiare gli altri fattori che modificano la trasparenza per uno stesso rapporto di apertura dell'episcotista, consentendo eventualmente di determinare una formula empirica. In queste condizioni la ricerca si svolge partendo da $\alpha P_1 + (1 - \alpha) P_2$ in quanto P_1 e P_2 sono i termini noti e P è l'incognita.

Sembra tuttavia molto interessante l'altra direzione di ricerca in cui si parte da P per arrivare a $\alpha P_1 + (1 - \alpha) P_2$, in cui cioè ci si chiede quali saranno i colori e quale il grado di trasparenza nella scissione fenomenica di un determinato grigio P .

Va notato che, posta nei termini della formula, la soluzione è indeterminata, poiché lo stesso P si può ottenere a partire da diversi colori (cioè a partire da diversi valori di P_2 , fermo restando P_1 , o da diversi valori di P_1 , fermo restando P_2 , o da diversi valori di P_1 e di P_2) se nel contempo varia il grado di trasparenza.

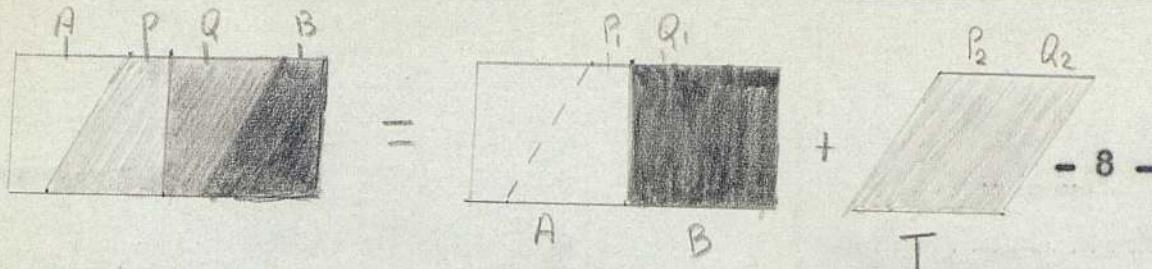
Es. $P = 125 = .25(80) + 0,75(140) = 0,50(80) + 0,50(170)$

Di fronte alle ampie possibilità di variazione dei colori delle due superfici di scissione P_1 e P_2 in concomitanza al grado di trasparenza della superficie anteriore P_2 (fermo restando il colore di P) viene fatto di chiedersi che cosa determini i colori e il grado di trasparenza in ogni caso concreto di scissione fenomenica (1).

Abbiamo veduto che le condizioni "normali" del fenomeno della trasparenza implicano quattro regioni A, P, Q, B. Vediamo di applicare le precedenti deduzioni a una situazione di questo genere, per considerare successivamente il caso particolare considerato da Kofka, in cui sono implicate soltanto tre regioni P, Q, B (2).

(1) E' forse utile anticipare la soluzione proposta per le situazioni paradigmatiche di trasparenza APQB (cioè doppia protrusione); si fa l'ipotesi che i colori delle due superfici di scissione e il grado di trasparenza si determinino in modo che $P_2 = Q_2$, cioè $T_1 = T_2 = T$ (il colore dello schermo trasparente è uguale in tutte le sue parti).

(2) Hoc est in votis: non l'ho fatto ancora.



Quando si determina la trasparenza, si ha scissione fenomenica delle due regioni $P = P_1$, P_2 e $Q = Q_1$, Q_2 . Applicando la precedente relazione avremo dunque

$$P = (1 - \beta) P_1 + \beta P_2 \quad Q = (1 - \sqrt{\beta}) Q_1 + \sqrt{\beta} Q_2$$

in cui P, P_1, P_2, Q, Q_1, Q_2 sono tonalità di grigio espresse quantitativamente col numero dei gradi di bianco necessari per ottenere le suddette tonalità di grigio per fusione col nero, nel disco di Maxwell,

$\beta, \sqrt{\beta}$ sono le misure dell'opacità di P_2 e di Q_2 , espresse in proporzione della parte colorata dell'episcotista rispetto alla parte lumenosa.⁽¹⁾

$$\text{Ma } P_1 = A \quad Q_1 = B \quad P_2 = Q_2 = T$$

Cioè la scissione fenomenica si determina in quanto le superfici di scissione P_1 e Q_1 si identificano rispettivamente con le regioni A e B , mentre le due superfici di scissione trasparenti P_2 e Q_2 costituiscono un unico oggetto T trasparente di colore uniforme.

Si ha dunque

$$P = (1 - \beta) A + \beta T \quad Q = (1 - \sqrt{\beta}) B + \sqrt{\beta} T$$

Il che significa che P si ottiene per fusione da A e T presi nelle proporzioni $1 - \beta$ e β ; analogamente va interpretata l'equazione di Q .

Considerando il fenomeno nella sua forma ottimale, in cui la trasparenza di T è uniforme, cioè $\beta = \sqrt{\beta}$

Si ha

$$P = (1 - \beta) A = \beta T \quad Q = (1 - \beta) B = \beta T$$

da cui

1) Anche in questo caso, come per le misure dei grigi, si tratta di stabilire l'equivalenza fra la trasparenza percepita e la trasparenza di un episcopista in una soluzione standard.

$$P - (1 - \beta) A = Q - (1 - \beta) B$$

$$P - A + \beta A = Q - B + \beta B$$

$$\beta A - \beta B = Q - B - P + A$$

$$B = \frac{A - B + Q - P}{A - B} = 1 - \frac{P - Q}{A - B}$$

eppure, più semplicemente, essendo $\alpha = 1 - \beta$, cioè usando l'indice di trasparenza invece dell'indice di opacità

$$P - \alpha A = Q - \alpha B$$

da cui $\alpha = \frac{P - Q}{A - B}$ (1)

Da tale equazione si possono ricavare le seguenti deduzioni:

- 1) Fissati A, B, P, Q , il grado di trasparenza è determinato. (Va tenuto presente che l'indice di trasparenza α dà la proporzione di "nulla" che c'è nel colore di T , e che non ha niente da fare con l'evidenza con cui si impone la trasparenza).
- 2) Dalle suindicate equazioni sembra discendere che $A B P Q$ si possono scegliere liberamente. Va tuttavia tenuto presente che l'indice di trasparenza pone le seguenti restrizioni: esso deve essere diverso di 0 (altrimenti non si ha trasparenza) e positivo (un indice di trasparenza negativo non avrebbe senso), e non superiore a 1, e quindi di conseguenza si deve anche

$$A \neq B \quad P \neq Q \quad |A - B| \geq |P - Q| \quad (A > B) \Rightarrow (P > Q)$$

$$(A < B) \Rightarrow (P < Q)$$

(cioè fissando $A > B$ le espressioni si riducono a $P > Q$).

- 1) Siccome la formula non tiene conto delle condizioni figurali essa è valida quando le condizioni figurali sono neutrali e consente, in questo caso, di calcolare e quindi prevedere la trasparenza a partire dai valori di $APQB$.

L'importanza delle deduzioni così ottenute sta nel fatto che esse rappresentano altrettante condizioni necessarie della trasparenza, dedotte per via algebrica e controllabili sperimentalmente. Così la relazione $|A - B| \geq |P - Q|$ definisce la affinità di P e Q, necessaria affinchè si determini la tendenza all'unificazione di P e Q; la somiglianza fra P e Q deve essere maggiore, o almeno non minore della somiglianza fra A e B. Con la relazione $A > B \Rightarrow P > Q$, cioè se A è più chiaro di B, allora P deve essere più chiaro di Q (e $A < B \Rightarrow P < Q$ cioè se A è più scuro di B, P deve essere più scuro di Q) viene posta una condizione di portata molto ampia, che include una serie di situazioni non ancora studiate; comunque essa include la condizione $A > P > Q > B$ (e $A < P < Q < B$) che rappresenta la relazione tra i grigi che si ritrova più comunemente nelle situazioni di trasparenza, ed esclude la condizione $A > P$, $P < Q$, $Q > B$ condizione che, come è stato constatato nel precedente lavoro, esclude la trasparenza.

3. La formula consente inoltre di fare delle previsioni sul grado di trasparenza. Se $(P-Q)$ è molto più piccolo di $(A-B)$ (cioè P e Q sono molto simili) la trasparenza deve essere piccola (T molto opaco) mentre se $(P-Q)$ è grande e si avvicina ad $A-B$ (senza superarlo) si dovrà avere trasparenza massima (T vitreo).

Un primo controllo si può eseguire costruendo una serie di figure per le quali, in base alla formula, è prevista la possibilità della trasparenza (presenza di una condizione necessaria) o l'impossibilità (assenza di una condizione necessaria).

1. Nelle fig. 1-5 $A = B$, cioè è assente la condizione necessaria $A \neq B$, quindi dovrebbe essere esclusa la trasparenza.

Si hanno invece i seguenti casi di trasparenza:

Fig. 3,4,5. Va notato che A e B sono le zone opache, mentre P e Q sono le zone che si sdoppiano. Quindi si ha trasparenza nelle condizioni $A = B$ soltanto se sono trasparenti i due grigi. Invece in Fig. 3 è trasparente il nero (e il grigio scuro), in Fig. 4 e 5 il bianco e il grigio chiaro. Cioè il nero in Fig. 3 e il bianco in Fig. 4 e 5 diventa per una parte opaco e per una parte trasparente. Si ha cioè $A = P$ (oppure $B = Q$, che è lo stesso) caso che non è escluso dalla formula (effetto Kanizsa).

C'è invece un caso che contrasta con la previsione: in Fig. 1, a destra si vede un quadrato nero che traspare sotto un velo grigio scuro. Resta da stabilire se si tratta o non di un fatto in contrasto con le previsioni ricavate dalla formula (finora sarebbe l'unico). Sembra di no, perché la formula si fonda su un tipo di trasparenza (in cui P e Q si scindono in due strati, di cui il primo, opaco, si identifica in parte con A e in parte con B , mentre il secondo forma una lamina omogenea trasparente) e prevede quindi questo tipo di trasparenza. Nel caso di Fig. 1 solo il grigio scuro è trasparente mentre il grigio chiaro è assolutamente opaco, e il nero di sinistra, se mai (?) si completa amodalmente.

Anche in Fig. 5 si può percepire trasparenza della parte comune come appartenente al rettangolo nero. Ma il rettangolo bianco è, per ragioni di contrasto (?) diversissimo dallo sfondo.

2. Nelle Fig. 6-10 $P = Q$, cioè è assente la condizione necessaria $P \neq Q$; quindi dovrebbe essere esclusa la trasparenza, ciò che in realtà si verifica.

3. Nelle Fig. 11-16 $A = B$ e $P = Q$, quindi, applicando la formula si ottiene $\lambda = \frac{0}{0}$ cioè λ può assumere qualunque valore, e perciò non si possono fare previsioni. Risultati: Non c'è trasparenza, o si determina una forma di trasparenza vitrea di tutta la figura (per es., Fig. 11, 12, 13: un rettangolo di vetro diviso in due quadrati e dietro la figura  opaca).

4. Nelle Fig. 17, 18, 19 sono presenti le due condizioni necessarie $|A-B| > |P-Q|$ e $(A > B) \supset (P > Q)$. Si ha trasparenza.

5. Nelle Fig. 20-26 $|A-B| < |P-Q|$, cioè è assente la condizione necessaria $|A-B| > |P-Q|$; quindi dovrebbe essere esclusa la trasparenza.

La previsione risulta esatta. Nei casi in cui si determina trasparenza (Fig. 22, 24, 25) si ha costantemente trasparenza dei due grigi (cioè c'è un velo perimetrale con un buco nel mezzo, dal quale si vedono direttamente il bianco e il nero); in questo caso P e Q sono i due grigi, la cui differenza è minore di quella tra il bianco e il nero, e quindi la trasparenza si realizza nella situazione $|A-B| > |P-Q|$.

6. Nelle Fig. 27-30 si ha $A > B$, $P < Q$, cioè è assente la condizione necessaria $(A > B) \supset (P > Q)$ e quindi è esclusa la trasparenza, che in effetti non compare nelle 4 figure.

7. Nelle figure 31-33 i due grigi P e Q sono molto diversi: secondo la formula $\lambda = \frac{P - Q}{A - B}$ λ dovrebbe avvicinarsi ad 1, quindi la trasparenza dovrebbe essere molto grande cioè avvicinarsi a quella del vetro. Il risultato conferma l'aspettativa.

8. Nelle figure 34-36 i due grigi P e Q sono molto simili quindi λ dovrebbe essere piccolo e quindi la lamina D dovrebbe essere poco trasparente (cioè contenere molto colore). Anche questa previsione è confermata.

delle camere oscuri: trasparenza percepita

7. L'espressione 'trasparenza' ~~intesa ad intertempo~~ sta ad indicare un fenomeno fisico (la permeabilità di una determinata sostanza alle radiazioni luminose) e un fenomeno percettivo (il "vedere attraverso"). Generalmente si considera la proprietà fisica come condizione del fenomeno percettivo (verremo attraverso a un oggetto quanto questo è permeabile alle radiazioni luminose). La ~~scoperta~~ ^{tempo} della percezione visiva (Fuchs, Metzger, Planissa) ha dimostrato che non è così. Ma siccome ~~si tratta di una~~ la ripendenza della trasparenza percettiva dalla trasparenza fisica ~~appare~~ ^{tempo} essa, non sembra inutile, riprendendo in esame il problema, mettere ancora una volta ^{che} la permeabilità fisica alle radiazioni luminose non ~~è~~ ^è una condizione necessaria, né una condizione sufficiente della trasparenza percettiva.

a) per dimostrare che la trasparenza fisica non è una condizione necessaria della trasparenza percettiva, si tratta indicare un caso in cui, in assenza di trasparenza fisica, si ~~ha~~ ^{termina la percezione di} ~~ha~~ ^{tempo} trasparenza percettiva. La maggior parte delle figure in questo articolo rappresentano casi di questo genere, caricate in cui ^{in rapporto} alla giusta rappresentazione di superfici opache si determina l'impressione di trasparenza. Il primo esempio è costituito da Fig. 3, in cui quattro rettangoli opachi di diversa chiarezza, a contatto fra loro ~~formano~~ ^{ideologando} formano la percezione di una superficie grigia ~~grigia~~ ^{ideologando} perfettamente trasparente, attraverso la quale si vede una figura costituita quadrata suddivisa in quattro triangoli alternativamente bianchi e neri.

b) per dimostrare che la trasparenza fisica non è condizione

Figure da stampare: 3, 4, 5
corrispondere a p. 14

sufficiente della trasparenza percettiva, basta trovare una situazione in cui ~~la~~ la trasparenza finca non determina la percezione di trasparenza. Un esempio di questo genere si ha sovrapponendo una lamina di celluloid colorata (trasparente ad un cartone) a anche un vetro colorato, ad una superficie opaca (per es. una carta o un cartone) di diverso colore (Fig. 1). In questo caso è totalmente affatto l'impressione di trasparenza:

i soggetti descrivono il vetro come una superficie opaca sovrapposta ad un'altra superficie pure opaca.

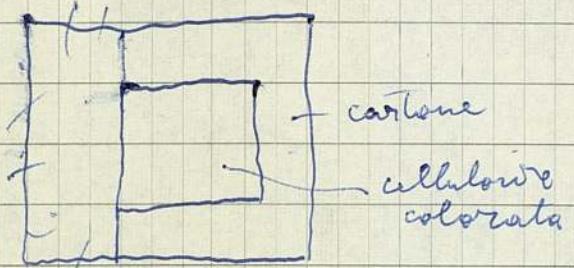


Fig. 1.

Con ciò è dimostrato l'altro, che cioè la trasparenza finca non è in condizione neppure in condizione sufficiente della trasparenza percettiva.

Che le condizioni che determinano la percezione di trasparenza non di altra natura si riscontra facilmente, perché basta una piccola variazione della situazione per ottenere l'impressione di trasparenza. Prendendo un vetro identico a quello di fig. 1, in cui sotto la celluloid colorata è la vetro, ma il cartone è di colore diverso, e giustapponendo i due vetri in modo che le due lamini di celluloid vengano a costituire un rettangolo (Fig. 2) si percepisce un rettangolo trasparente attraverso al quale si vedono i due rapporti di cartone.

Con ciò risulta chiaro che non è la presenza o l'assenza delle condizioni di permeabilità finca ai raggi luminosi delle varie sostanze, ma le condizioni di trasparenza o l'assenza di particolarie che determinano la presenza o l'assenza dell'impressione di trasparenza.

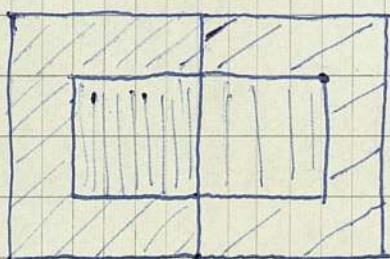


Fig. 2

preziosi di Trasparenza. La modifica più sistematica³ di tali condizioni permetterà dunque di mettere in evidenza le mancanze di azione.

È agevole rimarciare che la trasparenza fenomenica dipende da tre diversi ordini di condizioni: indipendenti fra loro: condizioni figurali e condizioni cromatiche.

Consideriamo la situazione di Fig. 3, che rappresenta un esempio di trasparenza fenomenica. ~~Postuliamo~~ ^{è sufficiente} limitar-

ci a modificare la forma (Fig. 4) pur conservan-
done immutati i colori, perché
si annulli l'effetto di Trasparen-
za; e al lo stesso risultato
si può ottenere mantenendo in-
mutata la forma e modifica-
ndo i colori (Fig. 5). Il fatto

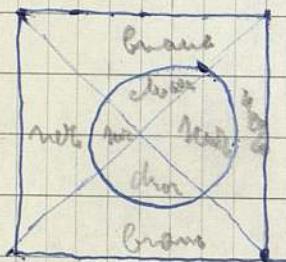


Fig. 3

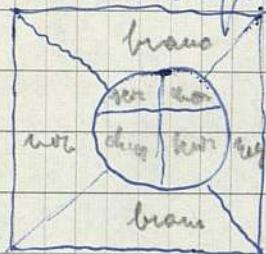


Fig. 4

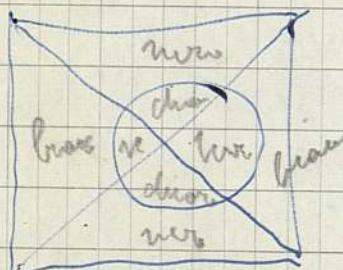


Fig. 5

che non più accettiamo che la trasparenza
inverta la zona percepita come trasparente
per annullare l'effetto di Trasparenza sta a
riconoscere che si tratta ^{del} ~~non~~ ^{di} un fenomeno
non spesso soltanto dalle condizioni locali ^{del} ~~di~~ trasparenza.

In una precedente ricerca⁽¹⁾ sono state
stimate prevalentemente le condizioni figurali della
Trasparenza; nel presente articolo verranno studiate le
condizioni cromatiche del fenomeno.

(1) Zur Analyse der phänomenalen Durchsichterscheinungen, in *Festschrift für Ferdinand Weintraub*, ~~in questo voce~~
sono fra altri riunite le più importanti ricerche nella p-
riù della Trasparenza fenomenica. Qui ci limitiamo ad elencare
W. Fuchs ecc. copiata da Kandósa

3. Il particolare interesse che presentano le condizioni cronologiche della trasparenza fenomenica deriva dal fatto che la risposta fenomenica, che conduce l'esperienza dell'~~effetto~~ effetto trasparente è un fenomeno cronometrico.

La trasparenza si può infatti definire come un caso di doppio evento fenomenico, per cui la stimolazione ^{ognigena} di una zona retinica, che, antichi determina, la percezione di una superficie interna, determina la percezione di due superfici una dietro l'altra, e visibili l'una attraverso l'altra⁽¹⁾. Si presentano pertanto due problemi: a) quando si determina tale stimolazione e b) come si determina tale visione, o in altre parole, quali parametri i collegamenti delle due superfici, e in che rapporto stanno con la stimolazione della corrispondente zona retinica.

Una risposta al secondo problema è rappresentata da una ipotesi di K. Haffkka e G. Heider che conviene citare testualmente dall'opera di Haffkka⁽²⁾:

Fig. 6
(da Haffkka, fig. 78)

Fig. 6a
(da Haffkka, Fig. 79)

mettere le figure nel testo

Fig. 6 (da Haffkka)

- 1) La forma più comune di doppio evento fenomenico è costituita dal fenomeno di figura-sfondo. L'effetto trasparenza rappresenta un caso particolare del fenomeno di figura-sfondo, in cui, in luogo della presenza a malapena dello sfondo, si ha la visiva diretta della superficie retrostante
- 2) K. Haffkka - Principles of Gestalt Psychology, 1935 pp. 260 e sg.

La legge di Hoffmann-Heines dice dunque che se una stimolazione retinica $[P]$ alla quale corrisponderebbe normalmente una P nell'ambito percettivo una superficie P di colore P , dà luogo invece alla percezione di due superfici P e P' cui una è vista per trasparenza attraverso l'altra, la relazione fra i colori P e P' delle due superfici è rigidamente stabilita, in quanto, se le condizioni di campo determinano uno dei due colori, l'altro il colore di una delle due superfici, il colore dell'altra sarà tale che ~~farà~~ ^{colori delle} corrispondente con fondendo cromaticamente ~~con~~ ^{colori delle} tali superfici si dovrà ottenere il colore che ~~è~~ la stessa P che la stimolazione $[P]$ determina normalmente, in altra di retiniche fenomeni.

Schematische [P] → P
Ansicht

Sebemalemento reazionale $[P] \rightarrow P$ copiare dal retro della pagina precedente

si determina $[P] \rightarrow P_1$ allora $P_1 [+] P_2 = P$

$P_1 \neq P_2$ ma P_1 è il P che P_2 è il diff. reaz. $P_1 = P_2$

in cui, con $[+]$ e $[-]$ si simbolizzano le operazioni di somma e sottrazione e con \times e \div si simbolizzano le operazioni di moltiplicazione e divisione. Si deve ancora ~~trovare~~ ^{definire} la moltiplicazione e la divisione fra le frazioni algebriche, che sono da definire algebricamente.

È sempre opportuno



Conviene dunque, per avere il vantaggio di esprimere quantitativamente il problema, limitare, la ~~propria~~ almeno in un primo tempo, lo studio alla tonalità si chiaroscuro.⁽²⁾

Ponendo in questi termini il problema della fusione cromatica, poiché la chiaroscuro si un grigio di fusione è intermedia tra le chiaroscuri dei due componenti, è evidente che l'operazione ~~rimbalza~~ eseguita con $+$ non può essere una somma, ma una media. Una semplice considerazione permette di giungere alla conclusione che la albedo del grigio di fusione è la media delle albedi cromatica delle albedi dei due grigi componenti.⁽²⁾ Le questi interverranno in ugual misura nel processo di fusione.⁽³⁾

Definito quantitativamente il processo di fusione, si può passare a definire la fusione cromatica, nella trasparenta fenomena, limitatamente ai casi in cui i due colori di fusione sono due grigi, nel senso che i due grigi di fusione ~~dovrebbero~~ essere tali da ~~essere insieme visibili~~ ~~che~~ la media cromatica delle loro albedi ^{per} corrisponda alla albedo del grigio di fusione, p.

Ma ricorre

che i colori (cioè le tonalità si chiaroscuro) delle due superfici che varcano dalla illuminazione di una sorgente retta possono espressamente ~~in~~ in termini di albedo, dalla tonalità del grigi si chiaroscuro si avrebbe la semplice relazione $P = P_1 + P_2$.

(2) Sovrattutto, parlando del grigio di fusione)

(2) Va tenuto presente che in questo lavoro, quando si parla di colori, si intende riferirsi alle ~~esse~~ tonalità di chiaroscuro, cioè ai colori della serie Bianco - grigi - nero.

grado considerato⁽¹⁾

A handwritten blue star symbol.

Considerato in questi termini, il problema della funzione di due grigi appare immediatamente chiaro che la albedo del grigio di fusione, e quindi il numero che definirà tale grigio non sarà la somma, ma la media aritmetica delle albedi⁽²⁾. Quindi l'operazione che permette di calcolare i risultati numerici della funzione è quella indicata provvisoriamente con $[+]$. Non è la somma, ma la media aritmetica. Se dunque la risposta

Ma siccome non vi è ragione di sostenere che la visione ormai
sopra avvenuta in modo
tico avvenga nel senso che le due superfici ~~si~~ partecipino in misura
uguale, la ~~stessa~~ formula che esprime la legge di Hoffmann-~~Helmholtz~~ dovrà
la relazione fra i colori di visione e il colore "di stimolazione" dovrà
tener conto di tale indeterminazione, in quanto è possibile che il
colore vada a saturare in prevalenza la superficie trasparente, o la su-
perficie vista per trasparenza. La formula va adottare è dunque

$$P = \frac{mP_1 + nP_2}{m+n}$$

in cui in un solo dei due si pesa che stanno ad indicare in quale misura P si suddivide fra P_1 e P_2 . Ma la stessa formula si può esprimere, molto più semplicemente nella forma

$$\bar{P} = \alpha P_1 + (1-\alpha) P_2 \quad \text{in path}$$

(2) L'occhio appare ancora più chiaro ragionando in termini di probabilità. Infatti, se P_1 è un grano con $\frac{90}{300}$ di bianco e P_2 un grano con $\frac{260}{300}$ di bianco, la probabilità di un grano di farina, dal quale parteciperà in parti uguali P_1 e P_2 a costituire un grano di Maxwell, diviso in due metà, in una delle quali sarà posto P_1 e nell'altra P_2 , quindi in 180° la quota di bianco sarà $\frac{P_1 + P_2}{2}$ per P_1 e $\frac{1}{2}(180^\circ - P_1)$ per P_2 , cioè si faranno complessivamente 175° di bianco, che equivale alla media aritmetica $\frac{90 + 260}{2}$ dei grani bianchi.

(1) Un modo analogo e forte ancora più semplice per esprimere quantità avvenute una tonalità di grigi, è quello di definire col numero di gradi di bianco le necessarie per ottenere per fusione in un verso di Maxwell con 360° di gradi verso, un grigi della stessa tonalità. Se i rispondenti di un bianco e di un nero assoluti, la proporzione di bianco col nero di Maxwell corrisponderebbe alla albedo del grigi così rivotato. 46

in cui α è un invice che va da 0 a 1⁽¹⁾ *

7

3. Consideriamo ora l'equazione così ottenuta alla luce del fenomeno della trasparenza. I due oggetti, quello trasparente e quello visto per trasparenza presentano le seguenti qualità:
a) l'oggetto trasparente posiede due diversi caratteri, il colore e la densità (carattere quest'ultimo è l'inverso della trasparenza)
b) l'oggetto visto per trasparenza presenta pure due caratteri, il colore e la visibilità; l'oggetto può essere chiaramente visibile o appena visibile. Quest'ultimo carattere è definito come differenza particolarmente evidente. In una parte di tale oggetto s'erge ad è quindi vista non per trasparenza ma direttamente.

Consideriamo ora come questi caratteri siano definiti quantitativamente dai termini dell'equazione. Consideriamo i risultati ^{statistici} fattare quale dei due termini rappresenti l'oggetto visto per trasparenza e quale l'oggetto trasparente e indicarli con due diversi simboli, P_1 e P_2 : P_1 è il colore dell'oggetto visto per trasp.

(1) Infatti $\frac{mP_1 + nP_2}{m+n} = \frac{m}{m+n}P_1 + \frac{n}{m+n}P_2$, Ma $\frac{m}{m+n} + \frac{n}{m+n} = 1$ e

quindi la formula si può esprimere in più usare l'espressione ~~statale~~ equivalente $\frac{m}{m+n}P_1 + (1 - \frac{m}{m+n})P_2$ e ~~che~~ denominante definito $\frac{m}{m+n}$ si arriva all'espressione indicata.

Un tempo può venire a chiedere il significato della formula. A lungo tempo che

* Tracendo le conseguenze dall'ipotesi di Roffo - Hartig si è ottenuta così un'espressione algebrica atta a esprimere quantitativamente il fenomeno della visione ottica che sta alla base dell'esperienza di trasparenza.

(2) ⁽²⁾ La fisionomologia dell'oggetto trasparente è molti ricerche, come molte delle ricerche compiute con l'epicritica (v. in particolare Tudor-Hart op.cit.)

renza e α il colore dell'oggetto trasparente, l'equazione assume la forma

$$P = \alpha f + (1-\alpha) f \quad (1) \text{ equazione della trasparenza}$$

Poiché il primo termine rappresenta l'oggetto visto per trasparenza, il coefficiente α va ad indicare la visibilità, mentre nel secondo termine, che rappresenta l'oggetto trasparente, il coefficiente $(1-\alpha)$ va ad indicare la densità. Siccome $\alpha + (1-\alpha) = 1$, tanto α che $(1-\alpha)$ possono assumere ~~diversi~~ valori che vanno da 0 a 1, ad un aumento dell'uno corrispondrà una diminuzione dell'altro e viceversa, e se uno dei due assume il valore 1, l'altro avrà il valore 0.

Queste caratteristiche corrispondono strettamente a quelle dei due coefficienti che devono indicare la visibilità ^{de l'oggetto visto per trasparenza} e la densità dell'oggetto trasparente. Infatti quanto maggiore è la densità del colore dell'oggetto trasparente, tanto minore è la visibilità dell'oggetto visto per trasparenza. Se la visibilità è perfetta, cioè l'oggetto visto per trasparenza non si distingue dallo stesso oggetto visto direttamente, la densità trasparentza dell'oggetto trasparente è perfetta, e quindi la sua densità è nulla: niente nella situazione in cui $\alpha = 1$ e $(1-\alpha) = 0$. In questo caso cioè la situazione P non dà luogo a una visione fenomenica, in quanto l'unico oggetto visibile è quello visto per trasparenza. La situazione opposta è quella che si determina quando la densità dell'oggetto "trasparente" è nulla, cioè pari a quella di un oggetto opaco, o, in altre parole, non c'è trasparenza. In questo caso l'oggetto "visto per trasparenza" non è visibile per nulla, e tutt'al più, se le condizioni lo richiedono, è presente in forma vagabonda: si avrà sempre $\alpha = 0$ e $(1-\alpha) = 1$, e la situazione P anche in questo caso determina la percezione di un unico oggetto, cioè in questo caso un unico effetto.

quello che nelle altre ~~condizioni~~⁹ è l'oggetto trasparente e in questo caso è opaco.

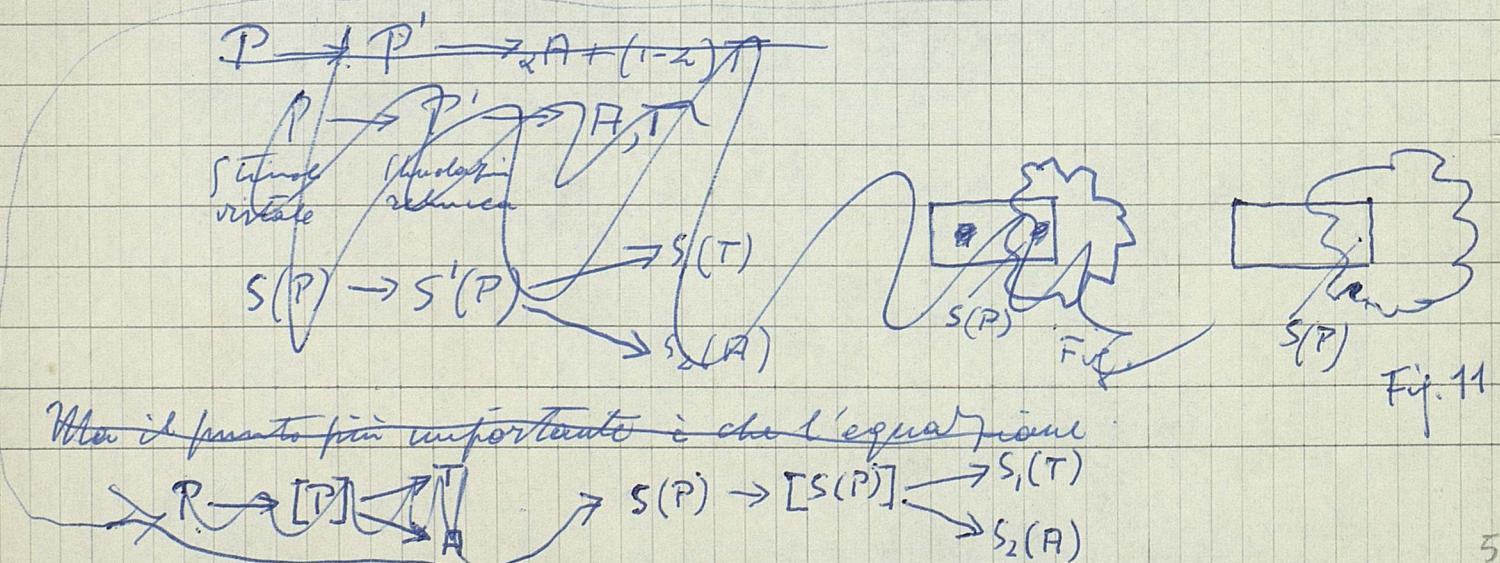
Le situazioni di trasparenza sono quelle intermedie fra questi due casi estremi.

Da questa analisi risulta chiaro il significato del coefficiente α : esso crece col crescere della permeabilità dell'oggetto trasparente; raggiunge il massimo valore massim, cioè 1, quando la permeabilità è perfetta, per cui l'oggetto trasparente diventa invisibile, ed è zero quando la permeabilità è nulla, e quindi non c'è trasparenza. È no un'ora dunque la trasparenza è zero perciò si è a una sorta di denominatore coefficiente di trasparenza.

Questa analisi della relazione fra i coefficienti del fenomeno della trasparenza e i termini dell'equazione che ~~esprimono~~^{definiscono} quantitativamente tale fenomeno può essere considerata come una ulteriore deduzione della noto ~~detta~~ ~~equazione~~ ~~equazione~~ della trasparenza.

4. Una terza via per ricavare l'equazione della trasparenza ~~fa parte~~^{analisi delle} ~~costruzioni~~ ~~costruzioni~~ di stimolazione, ~~fondato~~^{fondato} ~~sull'uso~~^{sull'uso} ~~dell'occhio~~^{dell'occhio} ~~per~~^{per} la percezione. Si considerino le seguenti situazioni:

Va notato infine che la situazione di parallelismo fra stimolazione retinale e risultato fenomenico, quale si presenta quando la trasparenza fenomenica viene ottenuta per mezzo dell'ipnotista, rappresenta un ~~caso particolare~~^{intervento, ma} in cui il parallelismo è stato sfruttato allo scopo di giungere all'equazione della trasparenza fenomenica. Un'altra situazione di parallelismo è quella comunitaria, che si determina per effetto di un mezzo pienamente trasparente, cioè permeabile ai raggi luminosi. Vi sono però ~~caso~~^{caso} di situazioni in cui si determina la trasparenza fenomenica senza che nella ~~stimolazione~~^{sorgente} ~~stato~~^{affatto} vi sia una dualità di appetiti, corrispondenti l'uno alla ~~superficie~~^{affatto} e allo strato trasparente, l'altro alla superficie vista per trasparenza. In questi casi ~~la stimolazione~~^{la superficie} è rappresentata da un'unica ~~strato~~^{superficie} di un determinato colore, che provoca una corrispondente stimolazione retinica, la quale, nella particolare costellazione di stimoli di cui fa parte la stimolazione provata dalla superficie trasparente, dà luogo ad uno mappamento fenomenico, cioè alla percezione di due superfici, una dietro l'altra, di cui una trasparente e l'altra vista per trasparenza. Situazioni di questo genere ~~sono~~^{sono} imbolsaggiate nel modo segnato:)



Ma il punto più importante è che l'equazione

$$R \rightarrow [P] \rightarrow [T] \rightarrow [A] \rightarrow S(P) \rightarrow [S(P)] \rightarrow S_1(T) \rightarrow S_2(A)$$

Un esempio d'una situazione di questo genere è costituito da Fig. 11. La stimata virtuale, la regione \mathcal{P} del foglio di carta indicata con S , è forse aperta e avendo ~~altro~~ un colore P produce una stimata \mathcal{P} relativa ~~stata~~ corrispondente. Il risultato percepito è però percepitivamente non ~~tuttavia~~ ^{ma} presenti due figure sovrapposte, una delle quali è trasparente; in particolare, la zona S è in realtà presente in due volte, in quanto è nata fenomenicamente in una superficie trasparente S , e una superficie vista per trasparenza S (la prima appartenente alla figura ~~posta per trasparente~~, l'altra alla figura ~~retro~~ ^{posta per trasparenza}).

Il punto più importante è che l'equazione della trasparenza elaborata ~~è stata~~ sviluppata ~~rispetto~~ ^{rispondendo} del parallelismo fra ~~la~~ stimata virtuale e risultato percepito, ~~ma~~ non contiene alcun riferimento alla stimata prima virtuale, è quindi applicabile a tutto le situazioni di trasparenza ⁽¹⁾ e non soltanto a quelle ottenute per mezzo dell'episcopio. Com'è la ~~l'immagine~~ ^{l'immagine}, almen attualmente, nei casi in cui la visione fenomenica riguarda soltanto ~~tonalità~~ ^{il corpo applicato} e chiaroscuro, viene ad avere in tal modo un ~~strumento~~ ^{corpo applicato} che consente di conoscere l'immagine per via indiretta, uno sviluppo induttivo dell'immagine, in quanto in quanto dagli sviluppi dell'equazione si ricavano delle conseguenze controllabili ^{che} si manifestano.

(1) ~~Allo~~ stato attuale delle ricerche la sua applicazione è limitata ai casi in cui la visione fenomenica riguarda ~~soltanto~~ le tonalità di chiaroscuro.

L'analoga delle due relazioni è rispettivamente:
essa dimostra che la equazione della trasparenza è, corrispondentemente all'ipotesi Hoffmann-Heister, espressione
esatta della legge di Talbot
esprimendo esattamente la legge di T.

L'identità delle due espressioni algebriche
che derivano l'una da altri due è di tale