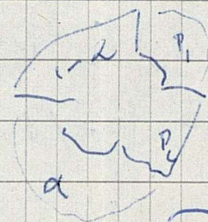
$$P = \alpha A + (1-\alpha)T \qquad P = \alpha P_1 + (1-\alpha)P_2$$

$$T = \frac{P - \alpha A}{1-\alpha}$$



$$P = \alpha A + T - \alpha T$$

$$\alpha P_1 - P = \alpha B - Q$$

$$P_1 = \frac{\alpha B + P - Q}{\alpha}$$

$$P_1 = B + \frac{P-Q}{\alpha}$$

$$Q = \alpha B + (1-\alpha)T$$

$$\cancel{q = \alpha B + T(1-\alpha)T}$$

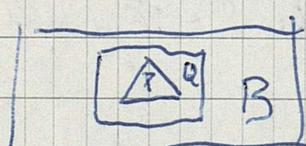
$$Q = \alpha B + T - \alpha T$$

$$\boxed{\text{che valore assume } \alpha \text{ in questo caso?}}$$

$$Q - \alpha B - T = -\alpha T$$

$$P - \alpha A - T = -\alpha T$$

$$Q - \alpha B - T = P - \alpha A - T$$



$$P = \alpha P_1 + (1-\alpha)P_2 = \alpha P_1 + (1-\alpha)T$$

$$Q = \alpha Q_1 + (1-\alpha)Q_2 = \alpha B + (1-\alpha)T$$

$$\alpha = \frac{P-T}{A-T} = \frac{Q-T}{B-T}$$

$$P - \alpha P_1 = (1-\alpha)T$$

$$Q - \alpha B = (1-\alpha)T$$

$$\frac{P-T}{A-T} = \frac{Q-T}{B-T}$$

$$P - \alpha P_1 = Q - \alpha B$$

$$\alpha B - \alpha P_1 = Q - P$$

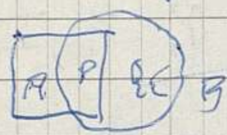
$$\alpha = \frac{Q-P}{B-P_1} = \frac{P-Q}{A-B} \; ?$$

Trasparenza e costanza

Trasparenza chiara e scura: illuminazione e ombra quando si vede la luce e l'ombra

1. caso: non corrispondenza con i margini di un oggetto

(caso analogo alla trasparenza)



ombra o cono di luce

2. caso: bordi sfumati (gradiente marginale)

< provare q. effetto nella trasparenza. Che concorda questo nell'episcotista? Nel 1° caso l'ombra può avere anche margini netti? – Provare in q. caso l'effetto Hering >

$$\alpha = \frac{P - T}{A - T} \qquad \alpha = \frac{Q - T}{B - T}$$

$\cancel{T =}$

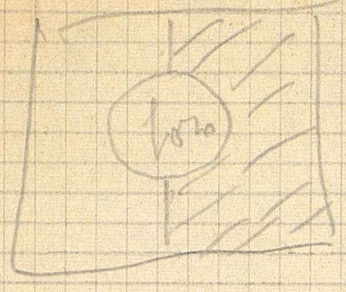
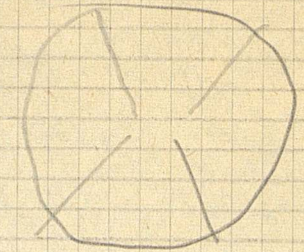
$$\alpha A - \alpha T = P - T$$

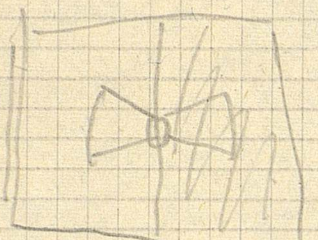
$$\alpha A = P - T + \alpha T$$

$$\alpha A = P + T(\alpha - 1)$$

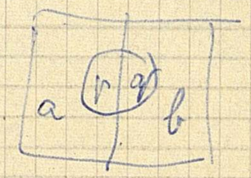
$$\frac{\alpha A - P}{\alpha - 1} = T$$

spedite a mezzo S.A.R.T.



ombra



$p - q = x$ $p = q + x$ $\alpha = \dfrac{p-q}{a-b} = \dfrac{q+x-q}{b+y-b} = \dfrac{x}{y}$

$a - b = y$ $a = b + y$

$$t = \frac{aq - bp}{(a+q)-(b+p)} = \frac{(b+y)q - (q+x)b}{\cancel{b}+y+\cancel{q}-\cancel{b}-\cancel{q}-x} = \frac{\quad}{y-x}$$

$$= \frac{\cancel{bq}+yq-\cancel{bq}-xb}{y-x}\,yb \qquad \frac{\frac{q}{b}-\frac{x}{y}}{\frac{y-x}{yb}} = \frac{\frac{x}{y}-\frac{q}{b}}{\frac{x-y}{yb}}$$

$$t = \frac{\alpha - \frac{q}{b}}{\frac{x-y}{yb}} \qquad t = \frac{\frac{q}{b}-\frac{x}{y}}{\frac{y-x}{yb}}$$

$t > 0$ $\dfrac{q}{b} > \alpha$

$\alpha < 1$

$$t = \frac{xb - yq}{x-y} = \frac{yq - xb}{y-x}$$

se $\alpha < 1$ se $q > b$

$(y-x) > 0$ $(yq - xb) > 0$

$a > b > p > q$

$p > q > a > b$

$a > p > q > b$

$p = \alpha a + (1-\alpha) t$

$= \cancel{\alpha a + t - \alpha t}$

$$\frac{p - \alpha a}{1-\alpha} = t$$

$$\frac{p - \alpha a}{1-\alpha} > 0$$

ma $1 > \alpha$

quindi $p - \alpha a > 0$

$p > \alpha a \qquad q > \alpha b$

$$\frac{p - \alpha a}{1-\alpha} < 1$$

$0 < (p - \alpha a) < (1-\alpha)$

$0 < (q - \alpha b) < (1-\alpha)$

riparciam

$$\alpha = \frac{p-q}{a-b} = \frac{x}{y}$$

$\cancel{x = p - q}$

$\cancel{p = x + q}$ $\quad p = x + q$

$\cancel{a = b +}$ $\quad a = y + b$

$$t = \frac{aq - pb}{a+q-p-b} = \frac{[(y+b)q] - [(x+q)b]}{y+b+q-(x+q)-b}$$

$$= \frac{yq + bq - (xb + qb)}{y + \cancel{b} + \cancel{q} - x - \cancel{q} - \cancel{b}} = \frac{yq + \cancel{bq} - xb - \cancel{qb}}{y - x}$$

$$= \frac{yq - xb}{y - x}$$

$a = .9$

$p = .4$

$q = .2$

$b = .1$

$$\frac{.4 - .2}{.9 - .1} = \frac{.2}{.8} = \frac{1}{4} = .25$$

$$\frac{(.8 \times .2) - (.2 \times .1)}{.4} = \frac{.16 - .02}{.4}$$

$$t = \frac{yq - xb}{y - x} = \frac{\frac{q}{b} - \alpha}{\frac{y-x}{yb}}$$

$t > 0 \qquad yq > xb \iff y > \cancel{x}$

$\qquad\qquad yq < xb \iff y < x$

ma ~~[illegible]~~ $\alpha < 1 \iff y > x$ quindi $\boxed{yq > xb}$

e $\boxed{\frac{q}{b} > \alpha}$

~~$\alpha > 0 \iff x > 0, y > 0 \vee x < 0, y < 0$~~ già sfruttato

~~(non se ne cava niente)~~

$t < 1, \quad y > x$

$$\frac{yq - xb}{y - x} < 1$$

~~siccome $\alpha < 1$ e quindi $x < y$~~

$(yq - xb) < (y - x)$

~~siccome $y > x$~~

~~$\boxed{b > q \text{ cond. necessaria}}$~~

~~ci può essere uno sbaglio~~

~~e c'è~~

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

~~Hubert~~

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

~~Atanasio~~

~~[illegible]~~

Altre due cond. necessarie

~~$(A+B) \geq (P-Q)$~~

$(A-B) \neq (P-Q)$ altrimenti $T \to \infty$

$AQ - BP > (A+Q)-(B+P)$ altrimenti $T > 1$

Per costruire casi in cui T ha un valore dato, usare la formula $\frac{P-T}{A-T} = \frac{Q-T}{B-T}$

Condizione necessaria della trasf. ricavata dalla formula di T

$$\alpha = \frac{P-Q}{A-B}$$

$$\frac{P-T}{A-T} = \frac{Q-T}{B-T}$$

$$T = \frac{QA-PB}{(Q+A)-(P+B)} = \frac{QA-PB}{(A-B)-(P-Q)}$$

se $QA > PB \Longrightarrow$

$\cancel{B>P}$ $A-B > P-Q$

$$\frac{\cancel{Q}A}{\cancel{Q}B} > \frac{P\cancel{B}}{Q\cancel{B}}$$

cioè se la dist. fra A e B è > della dist. fra P e Q anche il rapporto fra A e B necessario > del rapp. fra P e Q

---

nel caso $P>A>Q>B$ oppure $A>P>B>Q$ come va il ragionamento con le disuguaglianze?

$\boxed{\alpha = 1 \text{ solo se } a = p,\ q = b}$

$$\begin{cases} p = \alpha a + (1-\alpha) t \\ q = \alpha b + (1-\alpha) t \end{cases}$$

$\cancel{\alpha = \frac{p - \alpha a}{1-\alpha} = \frac{q - \alpha b}{1-\alpha}}$

$\cancel{p - q = a - b}$

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{p-q}{a-b} \\ t = \dfrac{aq - pb}{(a+q)-(p+b)} = \dfrac{aq - pb}{(a-b)-(p-q)} \end{cases}$$

$$p - \alpha a = (1-\alpha) t = q - \alpha b$$

$$\cancel{(p - \alpha a)(1-\alpha) = (q - \alpha b)(1-\alpha)}$$

$$p - q = \alpha (a - b)$$

$$aq = pb$$

$$\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$$

$$\frac{a}{b} - 1 = \frac{p}{q} - 1$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{p-q}{q} \implies p = q$$

perchè $a-b = p-q$

$$\implies a = b$$

$$\underbrace{\underbrace{\left[(a+q)-(p+b)\right]}_{=0} t = aq - pb}_{\implies 0}$$

Dall'equazione $\alpha = \dfrac{p-q}{a-b}$ risulta che $\alpha = 1$ in infiniti altri casi oltre ad $a=p$ e $q=b$. Ma soltanto quest'ultimo caso è verificato dalle formule di partenza

$$p = \alpha a + (1-\alpha)t$$
$$q = \alpha b + (1-\alpha)t$$

Va tenuto presente tuttavia che tutti ~~gli altri~~ i valori di $p \neq a$, $q \neq b$, $\alpha = 1$ sono esclusi dall'equazione che dà il valore di t.

Infatti in tal caso, nell'equazione

$$\cancel{t = aq + \ldots}$$

$$t = \frac{aq - pb}{(a+q)-(p+b)}$$

il denominatore $a + q - p - b = q - p + a - b =$
$$= (a-b) - (p-q) = 0$$

Non ~~potendosi~~ essendo definita la divisione per zero si deve ricorrere alla forma precedente dell'equazione cioè

$$(a+q)-(p+b)t = aq - pb$$

in cui $aq - pb = 0$ e non essendo nulli $a\,p\,q\,b$ si ha $a=p$, $q=b$

$$T = \frac{\varphi A - PB}{\varphi + A - P - B} \qquad \boxed{?} \qquad P > A > \varphi > B \;!!$$

$$\frac{A}{B} = \frac{P}{\varphi}$$

$T = 1$

$A > P > \varphi > B$ T grigio

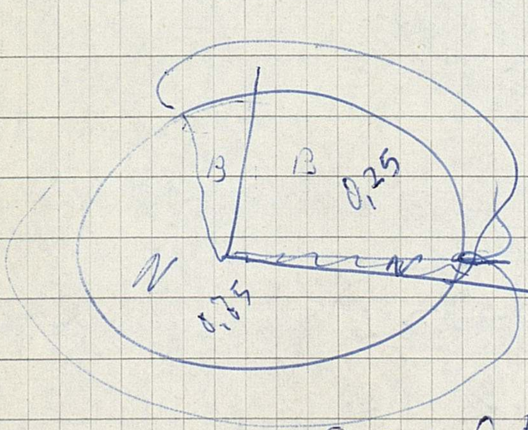
$A > P > B > \varphi$ T nero

$$\varphi A - PB = \varphi + A - P - B$$

$$\varphi A - \varphi - A = PB - P - B$$

$$T=1) \quad \frac{\varphi A}{\varphi B} - \frac{BP}{B\varphi} = \frac{\varphi}{B\varphi} + \frac{A}{B\varphi} - \frac{P}{B\varphi} - \frac{B}{B\varphi} = \frac{1}{B} - \frac{1}{\varphi} + \frac{A-P}{B\varphi}$$

$$T=0) \quad \frac{A}{B} = \frac{P}{\varphi} \Rightarrow \frac{A}{B} - \frac{P}{\varphi} = 0$$



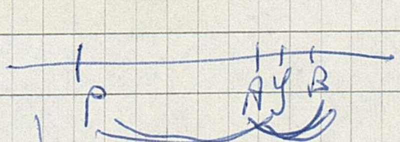
0,85 B   0,15 N

$0{,}25$

$(0{,}85 + 0{,}15)\,0{,}25 = 0{,}85 \cdot 0{,}25 + 0{,}15 \cdot 0{,}25$

bianco vero

$0{,}3 \cdot 0{,}75 + 0{,}3 \cdot 0{,}25$



~~$P = A + T_1$~~ $P > A > \varphi > B$

$P = A \sim T_1$

$\varphi = B \sim T_2$ $A - B < P - \varphi$

$P > A$ $T_1 > P$

$\varphi > B$ $\varphi < T_2$

$-\varphi > -T_2$

$$P > A > B > \varphi$$

$$A < P \Rightarrow T_1 > P$$

$$B > \varphi \Rightarrow T_1 < \varphi$$

$$-T_1 > -\varphi$$

$$T_2 - T_1 > P - \varphi$$

$$T_1 \neq T_2$$

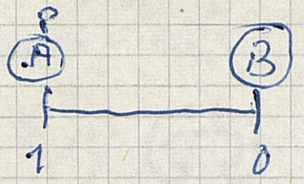
12

$T = 1$

$$QA - PB = (A - B) - (P - Q)$$

$$Q = \cancel{A\,Q}\ 1 - P + Q$$

$A = 1 \quad B = 0$



$T=1$

$$P = 1$$

$T = 1$

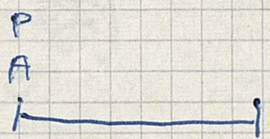
$P = A$

$$QA - AB = (A - B) - (A - Q)$$

$$A(Q - B) = \cancel{A} - B - \cancel{A} + Q$$

$$A(Q - B) = Q - B \qquad A = 1$$

$P = A$



$T=1$

$A = P$

$$T = \frac{QA - AB}{(A-B) - (A-Q)} = \frac{A(Q-B)}{\cancel{A} - B - \cancel{A} + Q} = A \qquad \frac{P - Q}{A - B} = \frac{A - Q}{A - B} = \frac{Q}{B} \quad P = A$$

impi

positiva solo se $B > Q$ $\quad T = A$

$T = 1$

$$QA - PB = (A - B) - (P - Q)$$

$A = .8 \quad B = 0$

$$.8\,Q = .8 - P + Q$$

$$0 = .8 - P + Q - .8\,Q$$

$$P = .8 + .2\,Q$$

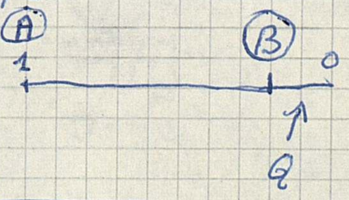
$T=1$

$T = 0 \qquad QA - PB = 0$

$A = 1 \quad B = 0{,}2$

$$Q - .2P = 0$$

$$Q = .2P$$



$T = 0$

$T = 0{,}5$ $\quad \cancel{0{,}5Q = 1 - P + Q}$

$\cancel{0{,}5Q = P - 1}$

$A = 1 \quad B = 0 \qquad T = 0{,}5$

$$0{,}5 = \frac{QA - PB}{(A-B) - (P-Q)} = \frac{Q}{1 - P + Q} \qquad 0{,}5 - 0{,}5P = 0{,}5Q$$

$$0{,}5 - 0{,}5P + 0{,}5Q = Q$$

2. La stessa ~~formula~~ espressione

$$P = \alpha P_1 + (1-\alpha) P_2 = \cancel{AP} \alpha A + (1-\alpha) T$$
$$Q = \alpha Q_1 + (1-\alpha) Q_2 = \alpha B + (1-\alpha) T$$

permette di calcolare anche l'equazione di T

infatti

$$P = \alpha A + T - \alpha T \qquad Q = \alpha B + T - \alpha T$$
$$\alpha = \frac{P-T}{A-T} \qquad \alpha = \frac{Q-T}{B-T}$$

~~[illegible]~~

$$\frac{P-T}{A-T} = \frac{Q-T}{B-T} \qquad (2)$$

da cui

$$T = \frac{QA - PB}{(Q+A)-(P+B)} \qquad (3)$$

Formula che permette di ~~misurare~~ prevedere T, cioè ~~il colo~~re della superficie trasparente (intesa come tonalità della serie bianco-nero), in base alle misure di A, P, Q, B, cioè in base ai colori (sempre relativi alla serie bianco-neri) dei quattro campi.

a) Dalla (3) si può ricavare un'ulteriore condizione necessaria della trasparenza.

~~[illegible]~~

La (3) si può ~~approssimare~~ scrivere anche

$$T = \frac{QA - PB}{(A-B)-(P-Q)}$$

Siccome T non può essere negativo, si ha che

$$QA > PB \iff A-B > P-Q$$

ma da $QA > PB$

si ricava $\frac{QA}{QB} > \frac{PB}{QB}$

da cui $\frac{A}{B} > \frac{P}{Q}$; ~~ma~~ e anche $\frac{A}{B} > \frac{P}{Q} \Rightarrow QA > PB$

dunque $QA > PB \iff \frac{A}{B} > \frac{P}{Q}$

e perciò

$$A-B > P-Q \iff \frac{A}{B} > \frac{P}{Q}$$

Cioè se (e solo se) la differenza fra A e B è maggiore della differenza fra P e Q, anche il rapporto fra A e B ~~è~~ deve essere maggiore del rapporto fra P e Q

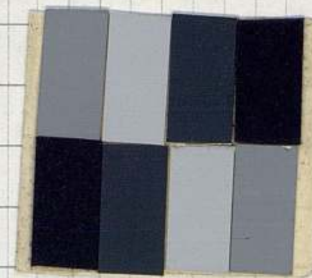
Esempi? Casi tipici?

$A-B > P-Q$ è già una condizione necessaria, purché si chiami A il più chiaro fra A e B

Nel caso della trasparenza si deve avere anche

$\frac{A}{B} > \frac{P}{Q}$ (A più chiaro di B)

b) Se T è nero si ha



P>A>Q>B

$$T = 0$$

$$QA - PB = 0$$

$$\frac{A}{B} = \frac{P}{Q}$$

$A > P \quad B > Q$ oppure $P>A, Q>B$

da cui risulta che se $\cancel{A > B, P > Q}$, cioè

non si può avere $A > P > Q > B$

Da notare che $\frac{A}{B} = \frac{P}{Q}$ non è che un caso particolare della $\frac{A-T}{B-T} = \frac{P-T}{Q-T}$, la quale si può esprimere analogamente, assumendo T come origine delle misure; cioè ponendo

$$a = A - T$$
$$b = B - T$$
$$p = P - T$$
$$q = Q - T$$

la (2) diventa $\frac{a}{b} = \frac{p}{q}$

oppure $qa = pb$

c) se $T = 1$ (T bianco)

si ha

$$QA - PB = (Q+A) - (P+B) = (Q-P) + (A-B)$$

Tentativo (vano) di una formula semplice per T

$$\alpha = \frac{Q-T}{B-T} \qquad \alpha B - \alpha T = Q - T$$

$$T = \frac{QA - PB}{Q + A - P - B} = \frac{1}{BQ}\,\frac{\frac{A}{B} - \frac{P}{Q}}{(A-B) - (P-Q)}$$

$$T = \frac{\frac{QA - PB}{A-B}}{\frac{Q+A-P-B}{A-B}} = \frac{\frac{QA - PB}{A-B}}{\frac{Q-P}{A-B} + \frac{A-B}{A-B}} = \frac{\frac{QA-PB}{A-B}}{-\frac{P-Q}{A-B} + \frac{A-B}{A-B}} = \frac{\frac{QA-PB}{A-B}}{-\alpha + 1} =$$

I^a possibilità
aggiungere e togliere QB

$$= \frac{\frac{QA - QB + QB - PB}{A-B}}{1-\alpha} = \frac{\frac{QA-QB}{A-B} - \frac{PB-QB}{A-B}}{1-\alpha} =$$

$$= \frac{\frac{Q(A-B)}{A-B} - \frac{(P-Q)B}{A-B}}{1-\alpha} = \frac{Q - \alpha B}{1-\alpha}$$

II^a possibilità
aggiungere e togliere PA

$$= \frac{\frac{QA - PA + PA - PB}{A-B}}{1-\alpha} = \frac{\frac{(Q-P)A}{A-B} + \frac{P(A-B)}{A-B}}{1-\alpha} =$$

$$= \frac{-\alpha A + P}{1-\alpha}$$

Formula di T

~~$P = \alpha A +$~~

~~Il calcolo~~ La determinazione ~~del valore~~ della misura di α a partire da misure note si è ottenuta in seguito all'eliminazione di T, cioè ~~sia~~ esprimendo T ~~nelle~~ nei termini ~~delle due equazioni~~ di ~~A Q~~ A, P e α in una equazione e di B, Q e α nell'altra. Procedendo diversamente, e cioè esprimendo α nei termini di A, P, T e di B, Q, T, si giunge invece ad un'altra equazione della trasparenza, quella che determina T, cioè il colore (non la densità) dello strato trasparente.

Infatti, da

$$P = \alpha A + (1-\alpha)T \qquad e \qquad Q = \alpha B + (1-\alpha)T$$

si ricava

$$P = \alpha A + T - \alpha T \qquad\qquad Q = \alpha B + T - \alpha T$$

$$P - T = \alpha(A - T) \qquad\qquad Q - T = \alpha(B - T)$$

$$\alpha = \frac{P-T}{A-T} \qquad\qquad \alpha = \frac{Q-T}{B-T}$$

$$\frac{P-T}{A-T} = \frac{Q-T}{B-T} \qquad (2)$$

$$(P-T)(B-T) = (Q-T)(A-T)$$

$$PB - PT - BT + \cancel{T^2} = QA - QT - AT + \cancel{T^2}$$

$$AT + QT - PT - BT = QA - PB$$

$$T = \frac{QA - PB}{A - B + Q - P} \quad (3) = \frac{QA - PB}{(Q+A) - (P+B)}$$

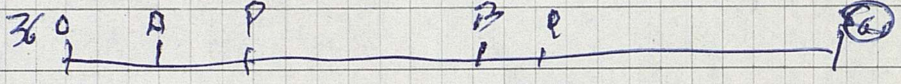
La (3) permette di calcolare T a partire dalle misure di A B P Q. Possiamo inoltre vedere quali sono le condizioni necessarie affinché T abbia determinati valori

Per $T = 0$ (T vero) avremo

$$QA - PB = 0$$

$$QA = PB, \quad \frac{A}{B} = \frac{P}{Q}, \quad \frac{A}{P} = \frac{B}{Q}$$

$A =$ $\frac{300}{100}$ $\frac{150}{50}$



$\frac{360}{\cancel{120}}$

30 $= \frac{120}{10}$

$A = 360 =$
$B = 30$
$P = 120$
$Q = 10$

cioè ~~P~~

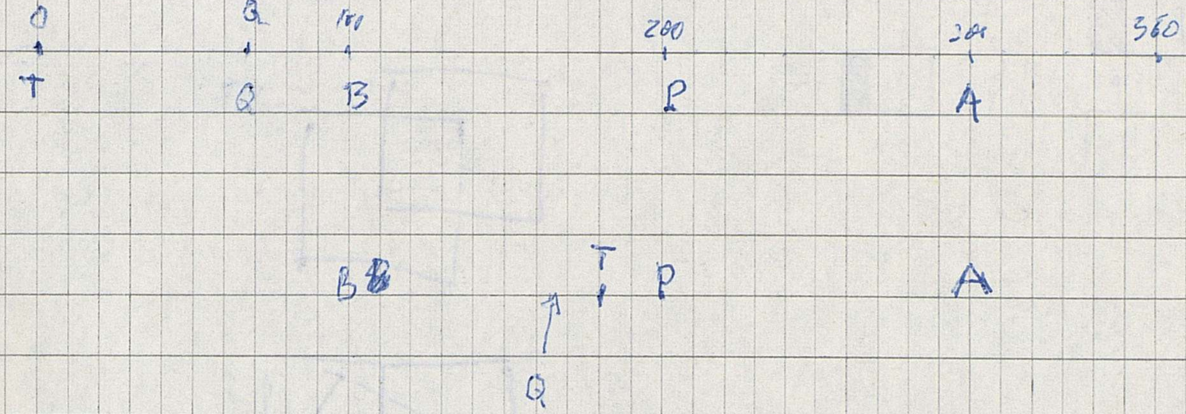
$A > P \Rightarrow B > Q$

La (2) non è altro che la generalizzazione di questo caso particolare.

Infatti se consideriamo origine delle misure T e definiamo A B P Q in termini di queste nuove misure, cioè $a = A - T$ $b = B - T$ ecc, ~~avremo~~ otteniamo la relazione generale

$$\frac{p}{a} = \frac{q}{b} \quad \text{cioè } qa = pb$$

e quindi $a : b = p : q$, $a : p = b : q$



$$\frac{120}{80} = \frac{20}{14}$$

$-1{,}5$

Tornando alla (3) se $T = 1$ avremo $\dfrac{P-1}{A-1} = \dfrac{Q-1}{B-1}$

$$QA - PB = (Q+A) - (P+B)$$

$A = 1 \qquad B = 0$

$$\boxed{\begin{aligned} QA - PB &= Q + A - P - B \\ B - PB &= Q + A - P - QA \\ B(1-P) &= Q + A - P - QA \\ B &= \frac{Q + A - P - QA}{1-P} \\ &= A\,\frac{1-Q}{1-P} + \frac{Q-P}{1-P} \end{aligned}}$$

~~$Q = Q + 1 - P$~~

~~cioè in questo caso $P = 1$~~

~~$360\,Q = Q + 360 - P$~~

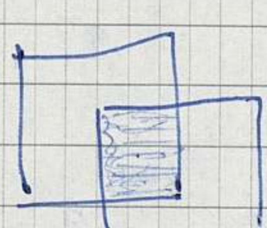
~~$Q = \dfrac{Q}{360} + 360 - P$~~

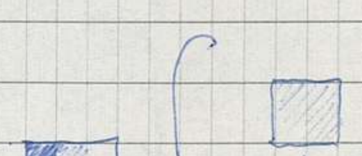
~~?~~

~~$200\,Q - 100\,P = (Q+200) - (P+100)$~~

$$P = \alpha A + (1-\alpha)T = \alpha A + T - \alpha T$$

$$\alpha = \frac{P-T}{A-T}$$





$$\alpha = \frac{P-T}{A-T}$$

$$\alpha = \frac{Q-T}{B-T}$$

$P \geq T \Leftrightarrow A \geq T$	$P \leq T \Leftrightarrow A \leq T$	$Q \geq T \Leftrightarrow B \geq T$	$Q \leq T \Leftrightarrow B \leq T$
$P \leq A$	$P \geq A$	$Q \leq B$	$Q \geq B$
$A \geq P > T$	$T > P \geq A$	$B \geq Q > T$	$T > Q \geq B$

I $A \geq P > T$

$B \geq Q > T$

$A > B \Leftrightarrow P > Q$

$|A-B| > |P-Q|$

II $A \geq P > T$

$T > Q \geq B$

$A > B \Leftrightarrow P > Q$

III $T > P \geq A$

$B \geq Q > T$

$A > B \Leftrightarrow P > Q$

IV $T > P \geq A$

$T > Q \geq B$

$A > B \Leftrightarrow P > Q$

$A \geq P > Q > T$

$A > B \geq Q$

a) $A > B > P > Q > T$

b) $A \geq P > B \geq Q > T$

c) $A > P = B > Q > T$

d) $A \geq P > T > Q \geq B$

d) $B \geq Q > T > P \geq A$

$T > P > Q \geq B$

$P \geq A > B$

e) $T > P \geq A > Q > B$

f) $T > P \geq Q > A > B$

g) $T > P > A = Q > B$

I Un fenomeno A è condizione di un fenomeno B se si dimostra che esistono le seguenti associazioni

AB, $A\overline{B}$, $\overline{A}\overline{B}$ ma non esiste $\overline{A}B$

A è una lettera
B $\quad$ A

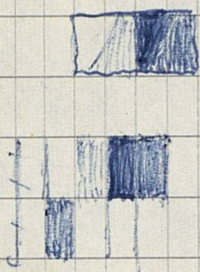
Un quadrato è una figura

L'oro è giallo

II

Procedimento come nel 1° lavoro: altro caso $A > P > Q$ $Q < B$

$A > P$ $P \not> Q$ $Q < B$



$D_1 < P$ $D_2 < Q$

$-D_2 \not> -Q$

$P = \alpha P_1 \underline{+} (1-\alpha) P_2$

$P = \alpha (A-\varepsilon) P_1 + (1-\alpha) P_2$

$P = (1-\beta) P_1 + \beta P_2$

$P_1 = \varepsilon S_2$

cliches
bidello
tradutt.

No. Non è che aumenti l'opacità, diminuisce la chiarezza.

$$\frac{P_1 + P_2}{2}$$

Trasparenza

Sviluppi algebrici

nella $\alpha = \dfrac{P-T}{A-T}$ imponiamo $P \leq A$, allora dalla disuguaglianza $0 \leq \alpha \leq 1$ segue $\begin{cases} P \geq T \\ A \geq T \end{cases}$; se invece imponiamo $P \geq A$, allora troviamo $\begin{cases} P \leq T \\ A \leq T \end{cases}$

<u>In altre parole</u>: a) T è sempre o più chiaro sia di P che di A, o più scuro sia di P che di A;
b) T è più chiaro sia di P che di A se e solo se $P \geq A$;
T è più scuro sia di P che di A se e solo se $P \leq A$.

Questo dovrebbe servirti nelle tue catene di disuguaglianze: quelle che cominciano con P danno luogo a veli bianchi; quelle che cominciano con A, a veli scuri.

Un ragionamento analogo deve valere per $\alpha = \dfrac{Q-T}{B-T}$ (è giusta questa?) Ti complichi di poco, perché poi può essere interessante confrontare i diversi casi (cosa succede se una parte della catena dice "velo chiaro" e l'altra "velo scuro"? ecc.)

Come vedi, quell' α che "se n'era andato" dall'equazione, e che ti preoccupava tanto all'inizio, adesso è tornato, e serve molto!

$$\boxed{\alpha = \frac{P-T}{A-T}}$$

Deve essere $0 \leq \alpha \leq 1$.

Perché sia $\underline{0 \leq \alpha}$, $P-T$ e $A-T$ devono avere lo stesso segno.

Due casi

1) $(P-T) \geq 0 \iff (A-T) \geq 0$

ossia

$P \geq T \iff A \geq T$

2) $(P-T) \leq 0 \iff (A-T) \leq 0$.

ossia

$P \leq T \iff A \leq T$

Consideriamo ora, per ciascuno di questi due casi, l'altra disuguaglianza, $\underline{\alpha \leq 1}$.

Caso 1)

$\alpha \leq 1$

$$\frac{P-T}{A-T} \leq 1$$

In questo caso $A-T$ è pos., $\Rightarrow$ si può moltiplicare ambo i membri per $A-T$, e il verso della disuguaglianza non muta

$$\frac{(P-T)}{\cancel{(A-T)}} \cdot \cancel{(A-T)} \leq 1 \cdot (A-T)$$

ossia $(P-T) \leq (A-T)$

ossia (aggiungendo T da ambo le parti)

$P \leq A$.

Caso 2)

$\alpha \leq 1$

$$\frac{P-T}{A-T} \leq 1$$

(rimane nel caso 2)

Qui $A-T$ è negativo; quindi moltiplicando ambo i membri per $A-T$ si inverte il verso della disuguaglianza:

$$\frac{(P-T)}{\cancel{(A-T)}} \cdot \cancel{(A-T)} \geq 1 \cdot (A-T)$$

ossia $P-T \geq A-T$

ossia (aggiungendo T)

$P \geq A$.

Si può dimostrare anche il viceversa, ossia che se